1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Jahrgangsstufe 11, November 2004

1. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + a$.

   a) Bestimmen Sie den Wert des Parameters a so, dass f an der Stelle $x_1 = 2$ eine Nullstelle besitzt.
   b) Zeigen Sie, dass f zwei weitere Nullstellen hat, wenn man den in 1a) gefundenen Wert für a einsetzt. Ermitteln sie diese beiden weiteren Nullstellen.

2. Gegeben ist die reelle Funktion g mit $g(x) = 2 \cdot |x-1| - x$ *und* $D_g = R$.

   a) Geben Sie $g(x)$ abschnittsweise ohne Verwendung von Betragsstrichen an.
   b) Zeichnen Sie den Graphen von g sauber in ein Koordinatensystem.
   c) Der Graph von g hat einen „Knick“. Berechnen Sie den „Knickwinkel“!

3. Im Folgenden soll die Funktion f *mit* $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{9 - x^2}} - 1$ untersucht werden.

   a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_f und alle Nullstellen von f . Welche Symmetrie hat der Graph von f ?
   b) Zeigen Sie mit einer ausführlichen Rechnung, dass f im Intervall $J = [0;3[$ streng monoton steigend ist.
   Geben Sie nun den Wertebereich W_f der Funktion f an.

4. Rechnen mit komplexen Zahlen

   a) Berechnen Sie den folgenden Term. Geben Sie das Ergebnis in Normalform an!
   $\dfrac{2+3i}{1+3i} - 0{,}7\,E(117^o) \cdot \sqrt{2}\,E(18^o)$
   b) Geben Sie die Zahl $-2\sqrt{3} + 6i$ in Polarform an.

5. Lösen Sie die Gleichung in der Grundmenge C der komplexen Zahlen.

   $z + (1+i) \cdot z^* = 3 - i$

   (z^* gibt hierbei die zu z konjugiert komplexe Zahl an.)

Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	2a	b	c	3a	b	4a	b	5	Σ
Punkte	2	6	3	3	3	5	6	6	5	5	44