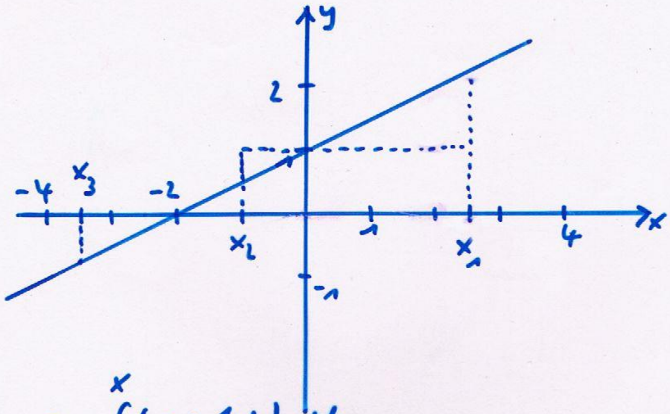
Mathematik * Jahrgangsstufe 12

Bestimme mit Hilfe geeigneter Flächenberechnungen die Integralfunktion

$$I_o(x) = \int_o^x 0{,}5\cdot t + 1\,dt$$

$f(x) = 1 + \frac{1}{2}x$



$$I_o(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \int_0^x \left(1+\frac{1}{2}t\right) dt$$

x	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	-5
$I_o(x)$	0	1,25	3	5,25	8	-0,75	-1	-0,75	0	1,25

Für $x \geqq 0$ gilt: $I_o(x) = x\cdot 1 + x\cdot(f(x)-1)\cdot\frac{1}{2}$
$= x + \frac{1}{2}x\left(1+\frac{1}{2}x-1\right) = x + \frac{1}{4}x^2$

Für $-2 \leqq x < 0$ gilt: $I_o(x) = -\left[(0-x)\cdot 1 - (0-x)\cdot(1-f(x))\cdot\frac{1}{2}\right]$
$= -\left[-x + x\left(-\frac{1}{2}x\right)\cdot\frac{1}{2}\right]$
$= x + \frac{1}{4}x^2$

Für $x < -2$ gilt: $I_o(x) = I_o(-2) + \frac{1}{2}\cdot(-2-x)\cdot(-f(x))$
$= -1 + \frac{1}{2}(2+x)\left(1+\frac{1}{2}x\right)$
$= -1 + 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2$
$= x + \frac{1}{4}x^2$

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt also

$$I_o(x) = \int_0^x \left(1+\frac{1}{2}t\right)dt = x + \frac{1}{4}x^2$$

vgl. $I_o(x)$ mit $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x$! Was fällt auf?

Wie kann man $I_2(x)$ schnell aus $I_o(x)$ ermitteln?