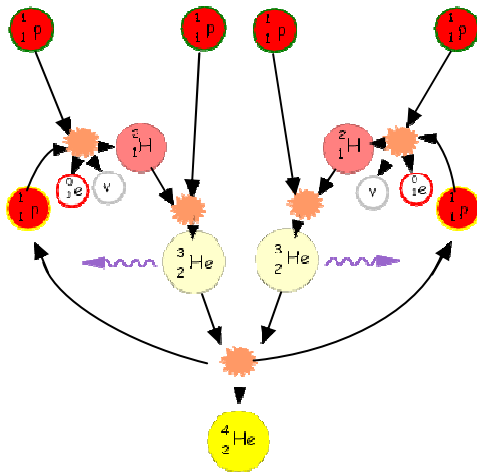


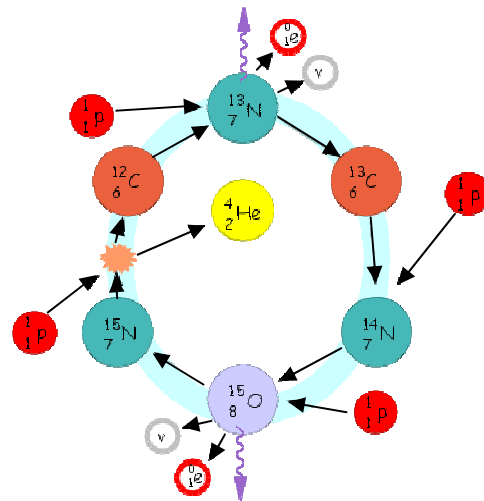
Q12 * Astrophysik * Fusion in unserer Sonne

Die gesamte von der Sonne „erzeugte“ Energie stammt aus dem Kern, der sich bis zu etwa einem Viertel des Radius der Sonnenoberfläche erstreckt. Die Hälfte der Sonnenmasse ist in diesem Kern enthalten, obwohl dieser Kern nur ca. 1,6% des Sonnenvolumens ausmacht. Bei Temperaturen von etwa 15,6 Millionen Kelvin stammt die Energie zu etwa 98% aus dem so genannten **p-p-Zyklus** und nur zu 2% aus dem **CNO-Zyklus**. (Der CNO-Zyklus überwiegt erst ab etwa 20 Millionen Kelvin.) In beiden Zyklen wird im Prinzip aus 4 Protonen Helium 4 fusioniert.

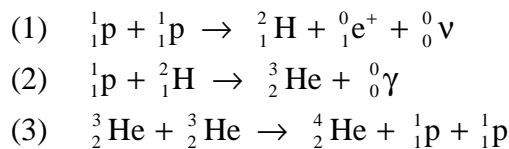
p-p-Zyklus



CNO-Zyklus



Der p-p-Zyklus setzt sich aus 3 Reaktionen zusammen. Neben Protonen und Heliumkernen treten dabei auch Positronen ${}^0_1\text{e}^+$ (Antiteilchen des Elektrons), Neutrinos ${}^0_0\nu$ und Gammaquanten ${}^0_0\gamma$ auf.



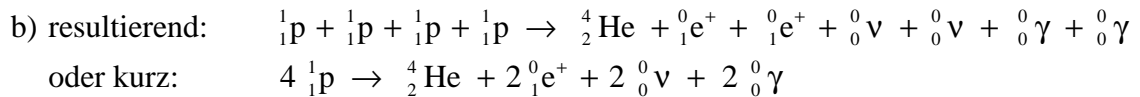
Aufgaben:

1. a) Warum sind für die Fusion so hohe Temperaturen erforderlich?
 b) Wie kann man die drei Gleichungen des p-p-Zyklus zu einer „resultierenden“ Gleichung zusammenfassen? Welche Teilchen werden als „Brennmaterial“ benötigt, welche Teilchen entstehen dabei?
 c) Bestimmen Sie die Energie, die bei einem p-p-Zyklus frei wird. Geben Sie diese Energie in der Einheit J bzw. MeV an.
2. a) Die Strahlungsleistung der Sonne beträgt $3,82 \cdot 10^{26}$ W. Berechnen Sie, wie viele p-p-Zyklen pro Sekunde in der Sonne dafür stattfinden müssten. Welche Masse wird damit pro Sekunde in Energie umgewandelt?
 b) Die Sonne setzt sich gegenwärtig aus ca. 75 Prozent Wasserstoff, 23 Prozent Helium und 2 Prozent weiteren Elementen zusammen. Wie lange dauert es, bis 10% des heute vorhandenen Wasserstoffs zu Helium fusioniert sind? ($M_{\text{Sonne}} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg)

Angaben: $u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, $u \cdot c^2 = 931$ MeV
 $m_{\text{He-Kern}} = 4,001506$ u, $m_{\text{Proton}} = 1,007276$ u, $m_{\text{Elektron}} = 0,000548580$ u

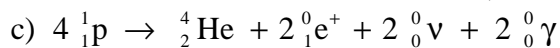
Q12 * Astrophysik * Fusion in unserer Sonne * Lösungen

1. a) Bei der Fusion der Wasserstoffkerne zu Helium müssen sich die positiv geladenen Teilchen bis auf Kernabstand $\approx 3 \cdot 10^{-15}$ m nähern. Um die Coulomb'sche Abstoßungskraft zu überwinden, benötigen sie eine extrem hohe kinetische Energie, die selbst bei den hohen Temperaturen von 15 Milliarden Kelvin nur wenige der Teilchen haben.



Brennmaterial: Protonen

entstehende Teilchen: Helium 4, Positronen e^+ , Neutrinos und Gammaquanten



Massendefekt:

$$\Delta m = 4 \cdot m_{\text{Proton}} - m_{\text{He4}} - 2 \cdot m_e = 4 \cdot 1,007276 \text{ u} - 4,001506 \text{ u} - 2 \cdot 0,00054858 \text{ u} = 0,02650084 \text{ u} \approx 0,026501 \text{ u}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,026501 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 3,96 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 24,7 \text{ MeV}$$

2. a) $3,82 \cdot 10^{26} \text{ W} = 3,82 \cdot 10^{26} \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Pro Sekunde müssen dafür $\frac{3,82 \cdot 10^{26} \text{ J}}{3,96 \cdot 10^{-12} \text{ J}} = 9,65 \cdot 10^{37}$ p-p-Zyklen in der Sonne

stattfinden. Der Massenverlust der Sonne beträgt damit pro Sekunde

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{3,82 \cdot 10^{26} \text{ J}}{(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 4,2 \cdot 10^9 \text{ kg} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ t}$$

b) Pro Zyklus wird eine Masse von $4 \cdot m_{\text{Proton}} = 4 \cdot 1,007276 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 6,69 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ Wasserstoff zu Helium fusioniert.

Für die Fusion von 10% von 75% von $2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,5 \cdot 10^{29} \text{ kg}$ Wasserstoff sind damit

$$\frac{1,5 \cdot 10^{29} \text{ kg}}{6,69 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 2,24 \cdot 10^{55} \text{ p-p-Zyklen erforderlich.}$$

Dies entspricht einer Zeitdauer von $\frac{2,24 \cdot 10^{55}}{9,65 \cdot 10^{37}} \text{ s} = 2,32 \cdot 10^{17} \text{ s} \approx 7,4 \cdot 10^9 \text{ Jahre}$