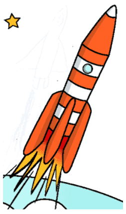
Q12 * Astrophysik * Scheinbare und absolute Helligkeit



Wichtige Formeln für Sterne

Für die scheinbaren Helligkeiten m_1 und m_2 und die Bestrahlungsstärken E_1 und E_2 zweier Sterne gilt: $m_1 - m_2 = -2{,}5 \cdot \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$ und $\frac{E_1}{E_2} = q^{m_2 - m_1}$ mit $q = \sqrt[5]{100} = 10^{2/5} = 10^{0{,}4}$

Die absolute Helligkeit M eines Sterns ist seine scheinbare Helligkeit in der Entfernung von 10 pc. Zwischen den absoluten Helligkeiten M_1 und M_2 und den Leuchtkräften L_1 und L_2 zweier Sterne gilt:

$M_1 - M_2 = -2{,}5 \cdot \lg\left(\frac{L_1}{L_2}\right)$ und $\frac{L_1}{L_2} = q^{M_2 - M_1}$ wobei zusätzlich $E = \frac{L}{4\pi r^2}$ gilt

Zwischen der Entfernung r eines Sterns vom Beobachter, seiner scheinbaren und absoluten Helligkeit besteht folgender Zusammenhang:

$m - M = 5 \cdot \lg\left(\frac{r}{10\,\text{pc}}\right)$ Man nennt $m - M$ den Entfernungsmodul des Sterns.

Die Entfernung eines Sterns errechnet man mit Hilfe der Parallaxe p mit

$r = \frac{1''}{p} \cdot \text{parsec} = \frac{1''}{p} \cdot \text{pc}$ Hinweis: 1 pc = 3,26 Lj

optischer Doppler-Effekt: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_{radial}}{c}$ Wellenlängenänderung der Absorptionslinien

Wiensches Verschiebungsgesetz:

$\lambda_{max} \cdot T = b$ mit $b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \text{K}$

Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$L = \sigma \cdot A \cdot T^4$ mit $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

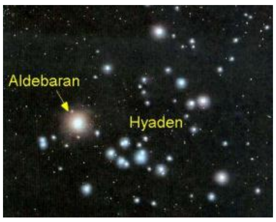
T Oberflächentemperatur des Sterns, λ_{max} Wellenlänge im Spektrum mit maximaler Strahlungsleistung, L Leuchtkraft bzw. Strahlungsleistung, $A = 4 \cdot R^2 \cdot \pi$ Oberflächeninhalt des Sterns, d.h. R ist der Radius des Sterns.

Aufgabe

Vom Stern Aldebaran (im Stier) wurden folgende Daten durch präzise Messungen bestimmt: scheinbare Helligkeit $m = 0{,}87$ mag, Parallaxe $p = 0{,}049''$, $\lambda_{max} \approx 800\,\text{nm}$, Wellenlängenänderung der Absorptionslinien $\Delta\lambda / \lambda = +1{,}8 \cdot 10^{-4}$ und jährliche Eigenbewegung $\mu = 0{,}20''$ pro Jahr.

Berechnen Sie

a) die Entfernung Aldebarans in pc und in Lichtjahren,
b) die absolute Helligkeit und die Leuchtkraft (in Vielfachen der Sonnenleuchtkraft),
c) die Oberflächentemperatur und den ungefähren Radius R von Aldebaran,
d) die Geschwindigkeit, mit der sich Aldebaran relativ zur Sonne bewegt.



Q12 * Astrophysik * Scheinbare und absolute Helligkeit * Lösung der Aufgabe

a) $r = \frac{1''}{p} \cdot pc = \frac{1''}{0{,}049''} \cdot pc = 20\,pc \quad \text{bzw.} \quad 67\,Lj$

b) $m - M = 5 \cdot \lg \frac{r}{10pc} \quad \Rightarrow \quad M = m - 5 \cdot \lg \frac{20pc}{10pc} = 0{,}87 - 5 \cdot \lg 2 = -\,0{,}64$

$$\frac{L_{Aldebaran}}{L_\odot} = q^{M_\odot - M_{Aldebaran}} \quad \Rightarrow \quad L_{Aldebaran} = 10^{0{,}4 \cdot (4{,}8 + 0{,}64)} \cdot L_\odot \approx 150 \cdot L_\odot$$

c) $\lambda_{max} \cdot T = b \quad \text{mit} \quad b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,m \cdot K \quad \Rightarrow \quad T_{Aldebaran} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\,m \cdot K}{800 \cdot 10^{-9}\,m} \approx 3600\,K$

$$L = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad \text{und} \quad A = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \quad \Rightarrow \quad R^2 = \frac{A}{4\pi} = \frac{L}{4\pi \cdot \sigma \cdot T^4} = \frac{150 \cdot L_\odot}{4\pi \cdot \sigma \cdot T^4} \quad \Rightarrow$$

$$R = \sqrt{\frac{150 \cdot L_\odot}{4\pi \cdot \sigma \cdot T^4}} = \sqrt{\frac{150 \cdot 3{,}82 \cdot 10^{26}\,W}{4\pi \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \cdot 3600^4\,K^4}} = 2{,}2 \cdot 10^{10}\,m = \frac{2{,}2 \cdot 10^{10}\,m}{6{,}96 \cdot 10^{8}\,m} \cdot R_\odot = 32 R_\odot$$

d) $\frac{v_{rad}}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad v_{rad} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c = 1{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s} = 54\,\frac{km}{s}$

$$v_{tan} = \frac{r \cdot \tan\mu}{1a} = \frac{20\,pc \cdot \tan(0{,}20'')}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,s} = \frac{20 \cdot 3{,}09 \cdot 10^{13}\,km \cdot \tan(0{,}20'')}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,s} = 19\,\frac{km}{s}$$

$$v = \sqrt{{v_{rad}}^2 + {v_{tan}}^2} = \sqrt{54^2 + 19^2}\,\frac{km}{s} = 57\,\frac{km}{s}$$