

Mathematik * Q11 * Ableitung von Polynomfunktionen

Bestimmen Sie für die beiden folgenden Funktionen alle Hoch-, Tief und Terrassenpunkte des Graphen.

Welche Aussage kann man nun über Anzahl und Lage der Nullstellen der Funktion treffen?



a) $f(x) = 0,1 \cdot (3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x)$ b) $g(x) = 0,1 \cdot (x^3 - 3x^2 - 9x) - 1$

Lösung

a) $f'(x) = 0,1 \cdot (12x^3 - 12x^2 - 12x + 12) = 1,2 \cdot (x^3 - x^2 - x + 1) = 1,2 \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 1) =$
 $1,2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+1)$

Horizontale Tangenten bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x$
$f'(x) =$ $1,2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+1)$	< 0	0	> 0	0	> 0
G_f	str. monoton fallend	TIP(-1/-1,1)	str. monoton steigend	TP(1/0,5)	str. monoton steigend

Neben der erkennbaren Nullstelle $x_3 = 0$ gibt es noch genau eine weitere Nullstelle $x_4 < -1$.
 (Siehe Graph unten!)

b) $g'(x) = 0,1 \cdot (3x^2 - 6x - 9) = 0,3 \cdot (x^2 - 2x - 3) = 0,3 \cdot (x+1) \cdot (x-3)$

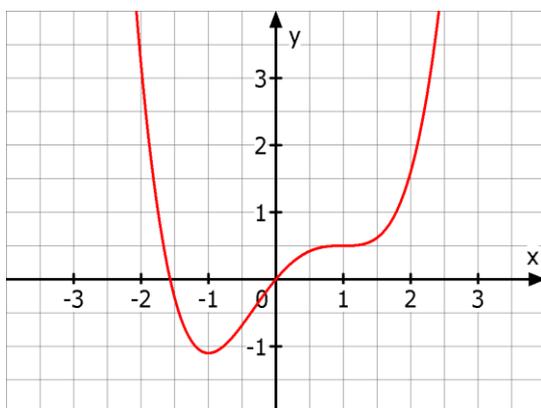
Horizontale Tangenten bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 3$

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 3$	$x = 3$	$3 < x$
$g'(x) =$ $0,3 \cdot (x-3) \cdot (x+1)$	> 0	0	< 0	0	> 0
G_f	str. monoton steigend	HOP(-1/-0,5)	str. monoton fallend	TIP(3/-3,7)	str. monoton steigend

Es gibt nur eine Nullstelle $x_3 > 3$.
 (Siehe Graph unten!)



a)



b)

