

Astrophysik ph₂ * Extemporale in 12/2 am 11.03.2014

Gamma Virginis ist ein Doppelsternsystem bestehend aus zwei fast gleich hellen Hauptreihen-
 sternern mit den scheinbaren Helligkeiten von 3,48 mag und 3,50 mag.
 Beide Sterne (A und B genannt) gehören zum Spektraltyp F0 und umrunden sich in 170 Jahren.
 Der mittlere Winkelabstand der beiden Sterne beträgt dabei 3,66''.
 Die jährliche Parallaxe von Gamma Virginis hat den Wert 0,0845''.

- In welcher Entfernung befindet sich das Doppelsternsystem?
 Ermitteln Sie den mittleren Abstand der beiden Sterne.
 [Teilergebnis: $d = 6,47 \cdot 10^{12} \text{ m}$]
- Berechnen Sie die absolute Helligkeit für jeden der beiden Sterne und bestimmen Sie auch
 für jeden der Sterne die Leuchtkraft in Vielfachen von L_{\odot} .
- Begründen Sie warum man für das Massenverhältnis $m_A : m_B$ der beiden Sterne den Wert
 $m_A : m_B \approx 1$ annehmen kann?
 Berechnen Sie nun die Masse m_A (des Sterns A) in Vielfachen der Sonnenmasse m_{\odot} .
- Wie groß ist die (gesamte) Leuchtkraft des Doppelsternsystems?
 Welche absolute Helligkeit ergibt sich daraus für das gesamte Doppelsternsystem?

Aufgabe	a	b	c	d	Summe
Punkte	4	6	5	3	18



Gutes Gelingen!

Folgende Daten dürfen verwendet werden:

Längeneinheiten: $1,00 \text{ pc} = 3,26 \text{ Lj} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Gravitationskonstante: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Daten der Sonne:

absolute Helligkeit: $M_{\odot} = 4,74$

Masse: $m_{\odot} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Astrophysik ph₂ * Extemporale in 12/2 am 11.03.2014 * Lösung

$$\text{a) } r = \frac{1''}{p} \cdot \text{pc} = \frac{1''}{0,0845''} \cdot \text{pc} = 11,8 \text{ pc} = 38,6 L_j$$

$$\frac{d}{2r} = \tan \frac{3,66''}{2} = \tan \frac{3,66^\circ}{2 \cdot 3600} \Rightarrow d = 2 \cdot 11,8 \text{ pc} \cdot \tan \frac{3,66^\circ}{2 \cdot 3600} = 2,093 \dots \cdot 10^{-4} \text{ pc} = 6,47 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$\text{b) } \tilde{m}_A - M_A = 5 \cdot \lg \frac{r}{10 \text{ pc}} \Rightarrow M_A = \tilde{m}_A - 5 \cdot \lg \frac{11,8 \text{ pc}}{10 \text{ pc}} = 3,48 - 0,36 = 3,12$$

$$M_B = \tilde{m}_B - 5 \cdot \lg \frac{11,8 \text{ pc}}{10 \text{ pc}} = 3,50 - 0,36 = 3,14$$

$$M_A - M_\odot = -2,5 \cdot \lg \frac{L_A}{L_\odot} \Rightarrow \frac{L_A}{L_\odot} = 10^{\frac{M_\odot - M_A}{2,5}} \Rightarrow L_A = 10^{\frac{4,74 - 3,12}{2,5}} \cdot L_\odot = 4,45 \cdot L_\odot$$

$$\text{analog } \frac{L_B}{L_\odot} = 10^{\frac{M_\odot - M_B}{2,5}} \Rightarrow L_B = 10^{\frac{4,74 - 3,14}{2,5}} \cdot L_\odot = 4,37 \cdot L_\odot$$

$$\text{c) } \text{Für Hauptreihensterne gilt } L \sim m^3 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \sqrt[3]{\frac{L_A}{L_B}} = \sqrt[3]{\frac{4,47}{4,37}} = 1,0075 \dots \approx 1$$

$$\omega^2 = G \cdot \frac{m_A + m_B}{d^3} = G \cdot \frac{2m_A}{d^3} \Rightarrow$$

$$m_A = \frac{4\pi^2 \cdot d^3}{2 \cdot T^2 \cdot G} = \frac{4\pi^2 \cdot (6,47 \cdot 10^{12} \text{ m})^3}{2 \cdot (170 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = 2,79 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,4 m_\odot$$

$$\text{d) } L_{\text{ges}} = L_A + L_B = (4,47 + 4,37) \cdot L_\odot = 8,84 \cdot L_\odot$$

$$M_{\text{ges}} - M_\odot = -2,5 \cdot \lg \frac{L_{\text{ges}}}{L_\odot} \Rightarrow M_{\text{ges}} = M_\odot - 2,5 \cdot \lg \frac{8,84 L_\odot}{L_\odot} = 4,74 - 2,37 = 2,37$$

