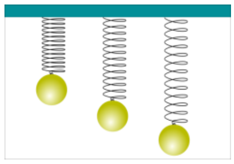
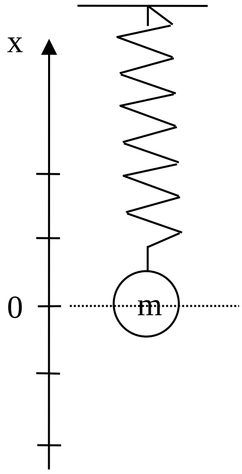
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Harmonische Schwingung



Mathematische Beschreibung des Federpendels

An einer Feder mit der Federhärte D hängt die Masse m.
Lenkt man diese Masse m um x_o aus der so genannten Ruhelage (x = 0) aus und lässt sie dann los, so beginnt sie mit der Schwingungsdauer T zu schwingen.



Lenkt man die Masse nach unten aus, so wirkt eine resultierende Kraft F nach oben, lenkt man die Masse nach oben aus, so wirkt eine resultierende Kraft F nach unten. [Minuszeichen in (*)]
Man spricht von einer **„rücktreibenden“** Kraft.
Diese Kraft F ist zur Auslenkung direkt proportional, d.h. zur zwei-, drei-, vierfachen Auslenkung gehört auch die zwei-, drei-, vierfache rücktreibende Kraft.

Also gilt: $F_{resultierend} = F = -D \cdot x \quad (*)$

Nach Newton gilt: $F_{resultierend} = a \cdot m$ also folgt $a \cdot m = -D \cdot x$

Wegen $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ und $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ gilt also $a = \dfrac{\Delta\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right)}{\Delta t}$, und man kann damit mathematisch zeigen, dass das Federpendel sinusförmig (d.h. harmonisch) mit der Schwingungsdauer T schwingt, wobei gilt: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{m}{D}}$

Bei einer Auslenkung um $x_o = x_{max}$ z.B. nach oben gilt also

$x(t) = x_o \cdot \cos(\omega \cdot t)$ mit $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{D}{m}}$, d.h. $x(t) = x_o \cdot \cos\left(\sqrt{\dfrac{D}{m}} \cdot t\right)$.

Zudem kann man mathematisch für die Geschwindigkeit v(t) und die Beschleunigung a(t) der Masse m folgern:

$v(t) = -v_{max} \cdot \sin\left(\sqrt{\dfrac{D}{m}} \cdot t\right)$ mit $v_{max} = x_{max} \cdot \omega = x_o \cdot \omega = x_o \cdot \sqrt{\dfrac{D}{m}}$ und

$a(t) = -a_{max} \cdot \cos\left(\sqrt{\dfrac{D}{m}} \cdot t\right)$ mit $a_{max} = v_{max} \cdot \omega = x_o \cdot \sqrt{\dfrac{D}{m}} \cdot \sqrt{\dfrac{D}{m}} = x_o \cdot \dfrac{D}{m}$

Eine Simulation mit Hilfe der Methode der kleinen Schritte bestätigt diese mathematisch herleitbaren Formeln für v(t) und a(t).