Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur Speziellen Relativitätstheorie

Folgende Formeln zur SRT sind wichtig und sollten erklärt werden können:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \quad \Delta \ell = \Delta \ell_o \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \; ; \quad m(v) = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \quad \begin{cases} E = m \cdot c^2 \quad \text{und} \\ E_{kin} = (m - m_o) \cdot c^2 \end{cases}$$

1. Ein Raumschiff bewegt sich mit 60% der Lichtgeschwindigkeit an der Erde vorbei und fliegt in Richtung Jupiter, der zu diesem Zeitpunkt 660 Millionen Kilometer von der Erde entfernt ist. Nach welcher Zeit erreicht das Raumschiff den Jupiter ?
   a) für einen Beobachter auf der Erde,
   b) für den Kapitän den Raumschiffs?

2. Ein Elektron hat die Ruhemasse $9{,}1094 \cdot 10^{-31}$ kg.
   a) Die Masse des Elektrons soll durch geeignete Beschleunigung verfünffacht werden. Wie viel Prozent der Lichtgeschwindigkeit beträgt dann die Geschwindigkeit des Elektrons?
   b) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Elektron, wenn seine Masse $9{,}8480 \cdot 10^{-31}$ kg beträgt?
   c) Ein Elektron wird beschleunigt und hat schließlich eine kinetische Energie von $2{,}88 \cdot 10^{-14}$ J. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Elektrons?

3. Die Astronomische Einheit (Abstand Erde – Sonne) beträgt 150 Millionen Kilometer .
   a) Wie lange benötigt Licht für diese Wegstrecke für einen Beobachter auf der Erde?

   Ein Außerirdischer will diese Wegstrecke in

   b) 20 Minuten c) 2,0 Minuten

   zurücklegen. Mit welcher Geschwindigkeit muss er sich jeweils relativ zur Erde bewegen?

4. Astronaut Pirx fliegt mit 80% der Lichtgeschwindigkeit an der Erde vorbei. Die Uhr zeigt im Raumschiff und auf der Erde jeweils genau 0:00 Uhr an. Eine Stunde später um 1:00 Uhr sendet die Erdstation dem Raumschiff ein Radarsignal nach.
   a) In welcher Entfernung und um welche Zeit kommt dieses Radarsignal am Raumschiff für einen Beobachter auf der Erde an?
   b) Um welche Zeit kommt für Pirx dieses Radarsignal am Raumschiff an? Wie weit ist die Erde für Pirx zu diesem Zeitpunkt entfernt?

   Das Radarsignal wird am Raumschiff reflektiert und kehrt zur Erde zurück.

   c) Zu welchem Zeitpunkt kommt das reflektierte Radarsignal auf der Erde an?
   d) Zu welcher Zeit kommt für Pirx das reflektierte Radarsignal auf der Erde an? In welcher Entfernung befindet sich die Erde dann für Pirx?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur Speziellen Relativitätstheorie

1\. a) $v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{660 \cdot 10^9 m}{0{,}60 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 3666{,}...s = 61{,}1 min$

b) $t' = \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \cdot t = \sqrt{1-0{,}6^2} \cdot 3666{,}...s = 0{,}8 \cdot 3666{,}...s = 48{,}9 min$

2\. a) $5 \cdot m_o = m(v) = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 5 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{25} \Rightarrow$

$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{24}{25} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{24}}{5} \Rightarrow v = 0{,}9797... \cdot c = 98{,}0\%$ von c

b) $m(v) = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_o}{m(v)} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31} kg}{9{,}8480 \cdot 10^{-31} kg} = \frac{37}{40} \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = (\frac{37}{40})^2 \Rightarrow$

$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1369}{1600} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{231}{1600} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{231}}{400} \cdot c = 0{,}3799... \cdot c = 38{,}0\%$ von c

c) $E_{kin} = (m(v) - m_o) \cdot c^2 \Rightarrow E_{kin} = (\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_o) \cdot c^2 = (\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1) \cdot m_o \cdot c^2 \Rightarrow$

$\frac{E_{kin}}{m_o \cdot c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_{kin}}{m_o \cdot c^2} + 1 \Rightarrow$

$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2{,}88 \cdot 10^{-14} J}{9{,}1094 \cdot 10^{-31} kg \cdot (3{,}0 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2} + 1 = \frac{2{,}88 \cdot 10^{-14} J}{8{,}198... \cdot 10^{-14} J} + 1 = 1{,}351... \Rightarrow$

$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1{,}351...^2} = 0{,}5476.... \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0{,}4523... \Rightarrow v = \sqrt{0{,}4523...} \cdot c = 67{,}3\%$ von c

3\. a) $c = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{c} = \frac{150 \cdot 10^9 m}{3{,}0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 500 s = 8 min\ 20 s$

3. b) $x' = v\cdot t' \;\Rightarrow\; \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot 150\cdot 10^9\,m = v\cdot 20\,min \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = v\cdot\frac{20\cdot 60s}{150\cdot 10^9\,m} \;\Rightarrow$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = v^2\cdot(8,0\cdot 10^{-9}\,\frac{s}{m})^2 \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{v^2}{(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2} \;\Rightarrow$$

$$c^2\cdot(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2 - v^2\cdot(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2 = v^2\cdot c^2 \Rightarrow c^2\cdot(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2 = v^2\cdot[c^2+(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2]\Rightarrow$$

$$\frac{c^2\cdot(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2}{c^2+(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2} = v^2 \;\Rightarrow\; v = \frac{3,0\cdot 10^8\,\frac{m}{s}\cdot 1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{\sqrt{(3,0\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2+(1,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2}} = \frac{3,75\cdot 10^{16}\,\frac{m^2}{s^2}}{3,25\cdot 10^8\,\frac{m}{s}} = 1,15\cdot 10^8\,\frac{m}{s}$$

also $v = 38,5\%$ von c

c) $x' = v\cdot t' \;\Rightarrow\; \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot 150\cdot 10^9\,m = v\cdot 2,0\,min \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = v\cdot\frac{2,0\cdot 60s}{150\cdot 10^9\,m} \;\Rightarrow$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = v^2\cdot(8,0\cdot 10^{-10}\,\frac{s}{m})^2 \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{v^2}{(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2} \;\Rightarrow$$

$$c^2\cdot(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2 - v^2\cdot(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2 = v^2\cdot c^2 \Rightarrow c^2\cdot(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2 = v^2\cdot[c^2+(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2]\Rightarrow$$

$$\frac{c^2\cdot(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2}{c^2+(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2} = v^2 \;\Rightarrow\; v = \frac{3,0\cdot 10^8\,\frac{m}{s}\cdot 1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s}}{\sqrt{(3,0\cdot 10^8\,\frac{m}{s})^2+(1,25\cdot 10^9\,\frac{m}{s})^2}} = \frac{3,75\cdot 10^{17}\,\frac{m^2}{s^2}}{1,285...\cdot 10^9\,\frac{m}{s}} \;\Rightarrow$$

$$v = 2,91\cdot 10^8\,\frac{m}{s} = \frac{2,91\cdot 10^8}{3,0\cdot 10^8}\cdot c = 97\%\text{ von c}$$

4. a) $v\cdot t = c\cdot(t-1h) \;\Rightarrow\; 0 = c\cdot t - c\cdot 1h - v\cdot t \;\Rightarrow\; c\cdot 1h = (c-v)\cdot t \;\Rightarrow$

$t = \frac{c\cdot 1h}{c-v} = \frac{c\cdot 1h}{c-0,80\,c} = \frac{1h}{0,20} = 5,0\,h$ Um $5:00$ Uhr kommt das Signal an.

Entfernung: $x = v\cdot t = 0,80c\cdot 5,0h = 4,0\;c\cdot 1h = 4,0$ Lichtstunden

b) Ankunftzeit t' des Signals bei Pirx: $t' = t\cdot\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = 5,0h\cdot\sqrt{1-0,8^2} = 3,0\,h \mathrel{\hat{=}} 3:00$ Uhr

Die Erde ist für Pirx dabei $x' = v\cdot 3,0\,h = 0,8\,c\cdot 3,0\,h = 2,4$ Lichtstunden entfernt.

c) Das Signal benötigt für Erdlinge bis zur Reflexion 4,0h. Damit benötigt es für den gleichen Rückweg ebenfalls wieder $4,0\,h$ und kommt damit um $9:00$ Uhr an.

d) Für Pirx kommt das Signal zur Zeit $t' = 9,0h\cdot\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = 9,0h\cdot\sqrt{1-0,8^2} = 5,4\,h$

also um $5:24$ Uhr seiner Zeit an.

Die Erde befindet sich dabei für Pirx in der Entfernung

$5,4\,h\cdot v = 5,4\,h\cdot 0,8c = 4,32\,c\cdot 1h = 4,32$ Lichtstunden.