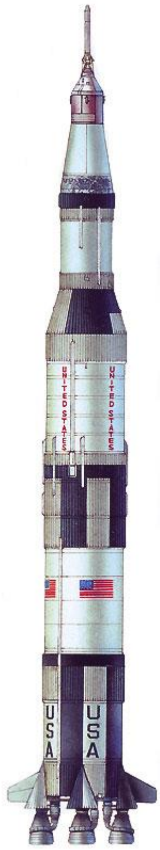
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Raketenphysik

Daten der bekannten Trägerrakete Saturn V



Höhe:	85,7 m	(ohne Nutzteil)
Durchmesser:	13m	(18m mit Stabilisierung)
Startmasse:	2 712 t	(ohne Nutzlast)
Treibstoffmasse:	2526 t	
Nutzlast:	120 t	(für 500km-Bahn)
	50 t	(für Fluchtgeschwindigkeit)

3 Stufen:

1. Stufe

5 gebündelte F-1-Raketentriebwerke
Höhe 42m, Durchmesser 10m, 144 t leer
Treibstoff: 2059 t (Flüssigsauerstoff, Kerosin RP-1)
Treibstoffverbrauch: pro Sekunde 13,5 t
Schubkraft: 35 000 kN

2. Stufe

5 gebündelte J-2-Raketentriebwerke
Höhe 25m, Durchmesser 10m
36 t leer, 422 t Brennstoff, 400s Brenndauer
Schubkraft: 4 650 kN

3. Stufe

Höhe 12,5m, Durchmesser 5,6m
6,1 t leer, 45,36 t Brennstoff

Aufgaben:

1. Aufgabe zur Saturn V
   Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie alle Angaben oben verwenden!
   a) Eine Saturn V startet mit einer Nutzlast von 120 Tonnen?
   Für die ersten 100 Meter benötigt sie 8,7 s.
   Mit welcher Beschleunigung hebt die Saturn V ab?
   Wie groß ist die (relative) Austrittsgeschwindigkeit der Verbrennungsgase?
   b) Warum nimmt die Beschleunigung der Saturn V während des Brennens der ersten Stufe kontinuierlich zu?
   Wie groß ist die Beschleunigung der Saturn kurz vor dem Ausbrennen der 1. Stufe?
   c) Welche Beschleunigungen treten zu Beginn und am Ende des Brennens der 2. Stufe auf?
   Mit welcher (relativen) Austrittsgeschwindigkeit treten die Verbrennungsgase der 2. Stufe aus?

2. Eine Rakete mit der Masse 1860 t verbrennt Hydrazin und stößt die Verbrennungsgase mit einer Geschwindigkeit von $3{,}2 \cdot 10^3$ m/s aus.
   a) Wie viele Kilogramm pro Sekunde muss der Treibstoffdurchsatz betragen, damit die Rakete mit einer Beschleunigung von 3,0 m/s^2 von der Erde aus starten kann?
   b) Welche Beschleunigung erfährt die (schwerelose) Rakete im Weltall bei dem in a) berechnetem Treibstoffdurchsatz?

3. Eine Rakete mit der Masse 620 kg stößt pro Sekunde 50 kg Verbrennungsgase mit der Relativgeschwindigkeit 2,4 km/s aus.
   a) Mit welcher Beschleunigung startet die Rakete?
   b) Schätzen Sie die Geschwindigkeit und die Höhe der Rakete nach 1,0 Sekunden ab!
   c) Welche Beschleunigung erfährt die Rakete 5,0 Sekunden nach dem Start?
   d) Schätzen Sie die Geschwindigkeit und die Höhe der Rakete nach 5,0 Sekunden ab!
   Welche Probleme ergeben sich bei Ihrer Abschätzung?
   Haben Sie eine Idee, wie man diese Probleme besser in den Griff bekommt?

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Raketenphysik * Lösungen

1. a) Wir nehmen $a = \text{konstant}$ an. Dann gilt $h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot h}{t^2} = \frac{2 \cdot 100\text{m}}{(8,7\text{s})^2} = 2,6\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$F_{Schub} = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot u_{Gas} \Rightarrow u_{Gas} = \frac{F_{Schub} \cdot \Delta t}{\Delta m_{Gas}} = \frac{35 \cdot 10^6\,\text{N} \cdot 1,0\,\text{s}}{13,5 \cdot 10^3\,\text{kg}} = 2,6 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(F_{Schub} kann man auch aus den Daten errechnen: $a \cdot m = F_{res} = F_{Schub} - F_g \Rightarrow$

$$F_{Schub} = a \cdot m + F_g = a \cdot m + g \cdot m = (2,6 + 9,8)\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2712\text{t} + 120\,\text{t}) = 35 \cdot 10^6\,\text{N}$$)

b) Die Gesamtmasse der Rakete nimmt pro Sekunde um 13,5 t ab. Da F_{Schub} konstant bleibt, wird wegen $a \cdot m = F_{res} = F_{Schub} - m \cdot g$ und damit $a = \frac{F_{Schub}}{m} - g$ die Beschleunigung a immer größer werden.

Am Ende des Ausbrennens von Stufe 1 gilt: m_{ges} = 2712 t + 120 t – 2059 t = 773 t

$$a = \frac{F_{Schub}}{m} - g = \frac{35 \cdot 10^6\,\text{N}}{773 \cdot 10^3\,\text{kg}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 35\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) Zu Beginn des Brennens der 2. Stufe gilt: m_{ges} = 36 t + 422 t + 6 t + 45 t + 120 t = 629 t

$$a_1 = \frac{F_{Schub}}{m} - g = \frac{4,65 \cdot 10^6\,\text{N}}{629 \cdot 10^3\,\text{kg}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2,4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Am Ende des Brennens der 2. Stufe gilt: m_{ges} = 629 t - 422 t = 207 t

$$a_2 = \frac{F_{Schub}}{m} - g = \frac{4,65 \cdot 10^6\,\text{N}}{207 \cdot 10^3\,\text{kg}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 13\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad (\text{ g = konst. vorausgesetzt })$$

$$F_{Schub} = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot u_{Gas} \Rightarrow u_{Gas} = \frac{F_{Schub} \cdot \Delta t}{\Delta m_{Gas}} = \frac{4,65 \cdot 10^6\,\text{N} \cdot 400\,\text{s}}{422 \cdot 10^3\,\text{kg}} = 4,4 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. a) $a \cdot m = F_{res} = F_{Schub} - F_g \Rightarrow F_{Schub} = a \cdot m + g \cdot m$ mit $F_{Schub} = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot u_{Gas}$ folgt

$$\frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} = \frac{(a+g) \cdot m}{u_{Gas}} = \frac{(3,0 + 9,8)\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,86 \cdot 10^6\,\text{kg}}{3,2 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,4\,\frac{\text{t}}{\text{s}}$$

b) $a \cdot m = F_{res} = F_{Schub} = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot u_{Gas} \Rightarrow a = \frac{\Delta m_{Gas} \cdot u_{Gas}}{\Delta t \cdot m} = \frac{7,4 \cdot 10^3\text{kg} \cdot 3,2 \cdot 10^3\,\text{m/s}}{1,0\text{s} \cdot 1,86 \cdot 10^3\text{kg}} = 13\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

3. a) Aus $a \cdot m = F_{res} = F_{Schub} - m \cdot g$ und $F_{Schub} = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot u_{Gas} \Rightarrow$

$$a = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot \frac{u_{Gas}}{m} - g = \frac{50\text{kg}}{1,0\text{s}} \cdot \frac{2,4\,\text{km}}{\text{s} \cdot 620\,\text{kg}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,18\frac{\text{km}}{\text{s}^2}$$

b) $h \approx \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,18\frac{\text{km}}{\text{s}^2} \cdot (1,0\text{s})^2 = 0,09\,\text{km}$ und $v \approx a \cdot t = 0,18\frac{\text{km}}{\text{s}^2} \cdot 1,0\,\text{s} = 0,18\frac{\text{km}}{\text{s}}$

c) $m = 620\text{kg} - 5 \cdot 50\text{kg} = 370\,\text{kg}$ und

$$a = \frac{\Delta m_{Gas}}{\Delta t} \cdot \frac{u_{Gas}}{m} - g = \frac{50\text{kg}}{1,0\text{s}} \cdot \frac{2,4\,\text{km}}{\text{s} \cdot 370\,\text{kg}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,31\frac{\text{km}}{\text{s}^2}$$

d) Der Mittelwert der Beschleunigung während der 5,0 s beträgt etwa 0,25 km/s^2 .

$$h \approx \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,25\frac{\text{km}}{\text{s}^2} \cdot (5,0\text{s})^2 = 3,1\text{km} \quad \text{und} \quad v \approx a \cdot t = 0,25\frac{\text{km}}{\text{s}^2} \cdot 5,0\,\text{s} = 1,3\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Besser ist eine Berechnung von h und v mit Hilfe der Methode der kleinen Schritte.