2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 18.01.2016 * Gruppe A

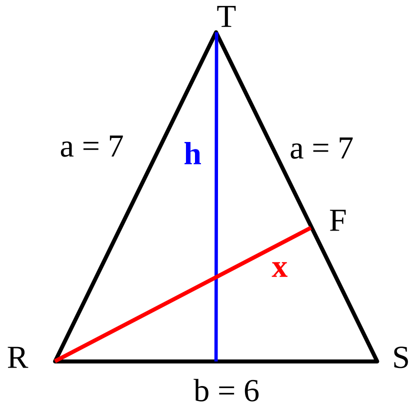
1. Vereinfache und schreibe das Ergebnis mit nur genau einer Wurzel!

   a) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}} \cdot (xy)^{\frac{5}{6}}}{x \cdot y^{\frac{1}{3}}} =$ b) $\dfrac{\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} =$

2. Im abgebildeten gleichschenkligen Dreieck RST gilt für die Seiten: $a = 7$ und $b = 6$

   a) Berechne die Höhe h im Dreieck RST und den Flächeninhalt des Dreiecks.

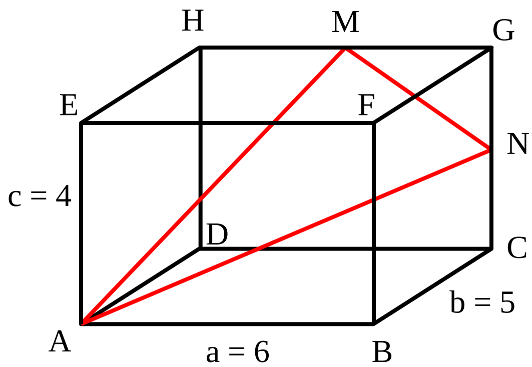
   b) Von der Ecke R wird das Lot auf die gegenüber liegende Seite gefällt. Berechne die Länge x dieses Lots.



3. Der abgebildeten Quader ABCDEFGH hat die Kantenlängen $a = 6$, $b = 5$ und $c = 4$. M halbiert die Strecke [HG] und N halbiert [CG].

   a) Berechne die drei Seitenlängen $\overline{AN} = x$, $\overline{NM} = y$ und $\overline{MA} = z$ im Dreieck ANM.

   b) Prüfe und begründe, ob das Dreieck ANM rechtwinklig ist.

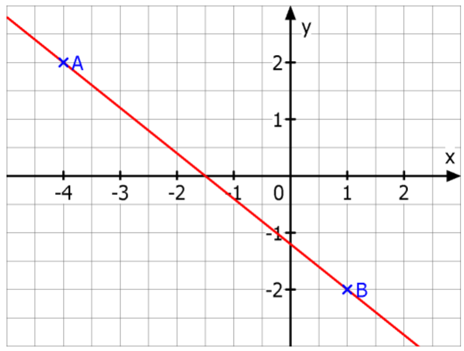


Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu

4. Die Punkte A und B haben die Koordinaten $A(-4/2)$ und $B(1/-2)$.

   a) Berechne den Abstand der beiden Punkte!

   b) Bestimme die Gleichung der Geraden durch die beiden Punkte.



5. Welche der drei angegebenen Funktionen besitzt als Graph eine Parabel?
   Peter behauptet, dass man bei einer Funktion sogar den Scheitel der zugehörigen Parabel erkennen kann. Begründe, dass Peters Behauptung stimmt.

   $f_1(x) = 2 \cdot (x-1) - x^2 + \dfrac{1}{2}$; $f_2(x) = \dfrac{2x-5}{8}$; $f_3(x) = (x-2)^2 - 3$

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	4a	b	5	Summe
Punkte	3	3	5	3	6	4	3	4	5	36

Gutes Gelingen! G.R

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 18.01.2016 * Gruppe B

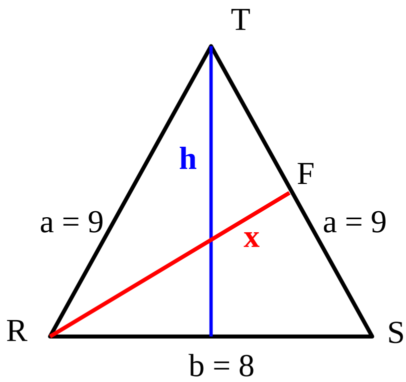
1. Vereinfache und schreibe das Ergebnis mit nur genau einer Wurzel!

   a) $\dfrac{x^{\frac{5}{6}}\cdot(xy)^{\frac{2}{3}}}{x\cdot y^{\frac{1}{6}}} =$ b) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2\cdot\sqrt{x}}}{\sqrt[8]{x}} =$

2. Im abgebildeten gleichschenkligen Dreieck RST gilt für die Seiten: $a = 9$ und $b = 8$

   a) Berechne die Höhe h im Dreieck RST und den Flächeninhalt des Dreiecks.

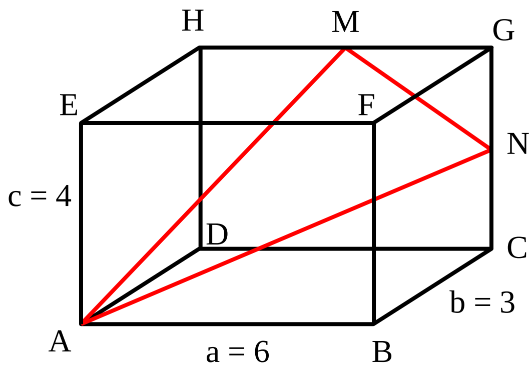
   b) Von der Ecke R wird das Lot auf die gegenüber liegende Seite gefällt. Berechne die Länge x dieses Lots.



3. Der abgebildeten Quader ABCDEFGH hat die Kantenlängen $a = 6$, $b = 3$ und $c = 4$. M halbiert die Strecke [HG] und N halbiert [CG].

   a) Berechne die drei Seitenlängen $\overline{AN}=x$, $\overline{NM}=y$ und $\overline{MA}=z$ im Dreieck ANM.

   b) Prüfe und begründe, ob das Dreieck ANM rechtwinklig ist.

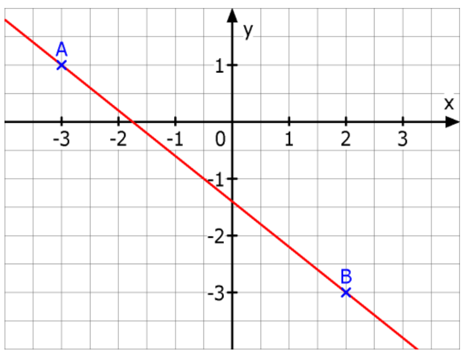


Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu

4. Die Punkte A und B haben die Koordinaten $A(-3/1)$ und $B(2/-3)$.

   a) Berechne den Abstand der beiden Punkte!

   b) Bestimme die Gleichung der Geraden durch die beiden Punkte.



5. Welche der drei angegebenen Funktionen besitzt als Graph eine Parabel? Peter behauptet, dass man bei einer Funktion sogar den Scheitel der zugehörigen Parabel erkennen kann. Begründe, dass Peters Behauptung stimmt.

$$f_1(x) = 3\cdot(x-1)-x^2+\frac{1}{2}\ ;\ f_2(x) = \frac{4x-3}{2}\ ;\ f_3(x) = (x-1)^2-2$$

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	4a	b	5	Summe
Punkte	3	3	5	3	6	4	3	4	5	36

Gutes Gelingen! G.R

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 18.01.2016 * Gruppe A
Lösung

1. a) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}\cdot(xy)^{\frac{5}{6}}}{x\cdot y^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{5}{6}}\cdot y^{\frac{5}{6}}\cdot x^{-1}\cdot y^{-\frac{1}{3}} = x^{\frac{4}{6}+\frac{5}{6}-\frac{6}{6}}\cdot y^{\frac{5}{6}-\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{xy}$

   b) $\dfrac{\sqrt[3]{x^2\cdot\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = (x^2\cdot x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{6}-\frac{3}{6}} = x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$

2. a) $h^2+(\frac{b}{2})^2 = a^2 \;\Rightarrow\; h^2 = 7^2-3^2 = 40 \;\Rightarrow\; h=\sqrt{40} = 2\cdot\sqrt{10}$ und $F_\Delta = \frac{1}{2}\cdot b\cdot h = 6\cdot\sqrt{10}$

   b) $6\cdot\sqrt{10} = F_\Delta = \frac{1}{2}\cdot x\cdot a \;\Rightarrow\; x = \dfrac{2\cdot 6\cdot\sqrt{10}}{7} = \dfrac{12\cdot\sqrt{10}}{7}$

3. a) $\overline{MN}^2 = (\frac{a}{2})^2+(\frac{c}{2})^2 = 9+4=13 \;\Rightarrow\; \overline{MN} = \sqrt{13}$

   $\overline{AH}^2 = b^2+c^2 = 25+16=41$ und $\overline{AM}^2 = (\frac{a}{2})^2+\overline{AH}^2 = 9+41=50 \;\Rightarrow$

   $\overline{AM} = \sqrt{50} = 5\cdot\sqrt{2}$

   $\overline{BN}^2 = b^2+(\frac{c}{2})^2 = 25+4=29$ und $\overline{AN}^2 = (a)^2+\overline{BN}^2 = 36+29=65 \;\Rightarrow\; \overline{AN} = \sqrt{65}$

   b) $\overline{AN} > \overline{AM}$ und $\overline{AN} > \overline{MN}$ daher muss man $\overline{AN}^2 \overset{?}{=} \overline{AM}^2+\overline{MN}^2$ prüfen.

   $\overline{AN}^2 = 65$ und $\overline{AM}^2+\overline{MN}^2 = 50+13 = 63 < 65 = \overline{AN}^2$

   Das Dreieck ANM ist also nicht rechtwinklig (sondern stumpfwinklig).

4. a) $\overline{AB} = \sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2} = \sqrt{(-4-1)^2+(2-(-2))^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$

   b) Geradengleichung: $y = mx+t$ mit $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B} = \dfrac{2-(-2)}{-4-1} = -\dfrac{4}{5} = -0{,}8$

   also $y = -0{,}8x+t$ und $A(-4/2)$ eingesetzt liefert $2=-0{,}8\cdot(-4)+t \;\Rightarrow$

   $t = 2-3{,}2=-1{,}2$ und damit $y = -0{,}8x-1{,}2$

5. Parabel für $f_1(x) = 2\cdot(x-1)-x^2+\frac{1}{2}$ und $f_3(x) = (x-2)^2-3$; Gerade für $f_2(x) = \dfrac{2x-5}{8}$

Bei f_3 kann man erkennen, dass der „tiefste" Punkt an der Stelle $x_S = 2$ liegen muss, denn

$f_3(x) = (x-2)^2-3 \geq -3$ für alle $x\in\mathbb{R}$ und $f_3(2) = 0-3 = -3$

Der Scheitel hat damit die Koordinaten $S(2/-3)$.

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 18.01.2016 * Gruppe B
Lösung

1. a) $\dfrac{x^{\frac{5}{6}} \cdot (xy)^{\frac{2}{3}}}{x \cdot y^{\frac{1}{6}}} = x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-1} \cdot y^{-\frac{1}{6}} = x^{\frac{5}{6}+\frac{4}{6}-\frac{6}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}-\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{xy}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt{x}}}{\sqrt[8]{x}} = (x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{8}} = x^{\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{8}} = x^{\frac{5}{8}-\frac{1}{8}} = x^{\frac{4}{8}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

2. a) $h^2 + (\frac{b}{2})^2 = a^2 \;\Rightarrow\; h^2 = 9^2 - 4^2 = 65 \;\Rightarrow\; h = \sqrt{65}$ und $F_\Delta = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = 4 \cdot \sqrt{65}$

b) $4 \cdot \sqrt{65} = F_\Delta = \frac{1}{2} \cdot x \cdot a \;\Rightarrow\; x = \dfrac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{65}}{9} = \dfrac{8 \cdot \sqrt{65}}{9}$

3. a) $\overline{MN}^2 = (\frac{a}{2})^2 + (\frac{c}{2})^2 = 9 + 4 = 13 \;\Rightarrow\; \overline{MN} = \sqrt{13}$

$\overline{AH}^2 = b^2 + c^2 = 9 + 16 = 25$ und $\overline{AM}^2 = (\frac{a}{2})^2 + \overline{AH}^2 = 9 + 25 = 34 \;\Rightarrow\; \overline{AM} = \sqrt{34}$

$\overline{BN}^2 = b^2 + (\frac{c}{2})^2 = 9 + 4 = 13$ und $\overline{AN}^2 = (a)^2 + \overline{BN}^2 = 36 + 13 = 49 \;\Rightarrow\; \overline{AN} = \sqrt{49} = 7$

b) $\overline{AN} > \overline{AM}$ und $\overline{AN} > \overline{MN}$ daher muss man $\overline{AN}^2 \overset{?}{=} \overline{AM}^2 + \overline{MN}^2$ prüfen.

$\overline{AN}^2 = 49$ und $\overline{AM}^2 + \overline{MN}^2 = 34 + 13 = 47 < 49 = \overline{AN}^2$

Das Dreieck ANM ist also nicht rechtwinklig (sondern stumpfwinklig).

4. a) $\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-3-2)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$

b) Geradengleichung: $y = mx + t$ mit $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{1-(-3)}{-3-2} = -\dfrac{4}{5} = -0{,}8$

also $y = -0{,}8x + t$ und $A(-3/1)$ eingesetzt liefert $1 = -0{,}8 \cdot (-3) + t \;\Rightarrow$

$t = 1 - 2{,}4 = -1{,}4$ und damit $y = -0{,}8x - 1{,}4$

5. Parabel für $f_1(x) = 3 \cdot (x-1) - x^2 + \frac{1}{2}$ und $f_3(x) = (x-1)^2 - 2$; Gerade für $f_2(x) = \dfrac{4x-3}{2}$

Bei f_3 kann man erkennen, dass der „tiefste" Punkt an der Stelle $x_S = 1$ liegen muss, denn

$f_3(x) = (x-1)^2 - 2 \geq -2$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $f_3(1) = 0 - 2 = -2$

Der Scheitel hat damit die Koordinaten $S(1/-2)$.