1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 15.11.2011, Gruppe A

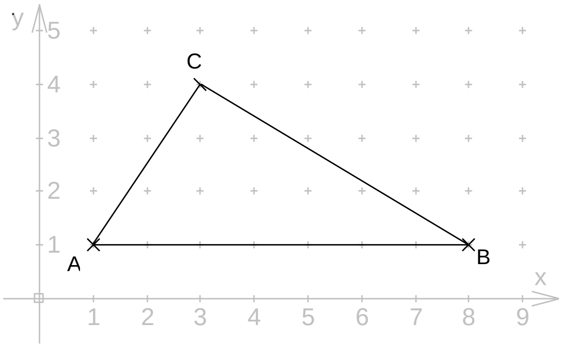
1. Vereinfache den Term nach den bekannten Regeln. Alle erforderlichen Rechenschritte müssen dabei angegeben werden. (Definitionsmengen beachten!)

   a) $\sqrt{192a^6b^7}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})^2}$

2. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

   $2(3x^2+1)-6 = 4$

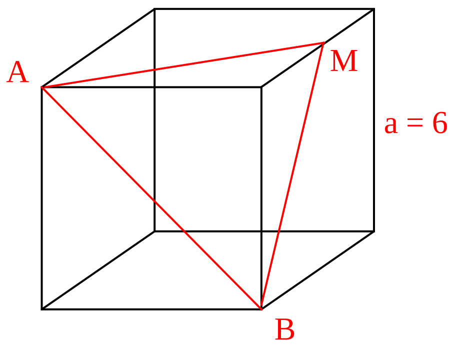
3. Das Bild zeigt das Dreieck ABC im rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem. Die Punkte haben die Koordinaten A(1/1) , B(8/1) und C(3/4).



   a) Berechnen den exakten Umfang des Dreiecks ABC.

   b) Entscheide mit einer geeigneten Rechnung, ob das Dreieck ABC spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig ist. Begründe deine Antwort kurz!

4. Das Bild zeigt einen Würfel der Kantenlänge $a = 6$. A und B sind Ecken des Würfels, M halbiert die rechte, obere Kante des Würfels.



   a) Bestimme die drei Seitenlängen $\overline{AB}$, $\overline{BM}$ und $\overline{MA}$ des Dreiecks ABM.

   b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABM.

Aufgabe	1a	b	2	3a	b	4a	b	Summe
Punkte	3	4	4	3	3	3	5	25

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 15.11.2011, Gruppe B

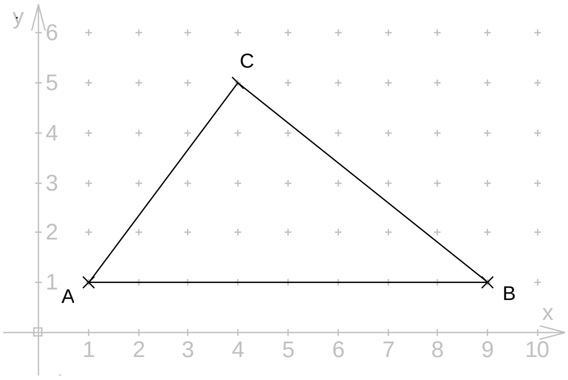
1. Vereinfache den Term nach den bekannten Regeln. Alle erforderlichen Rechenschritte müssen dabei angegeben werden. (Definitionsmengen beachten!)

   a) $\sqrt{320a^7b^6}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})^2}$

2. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

   $2(3x^2+1)-4 = 6$

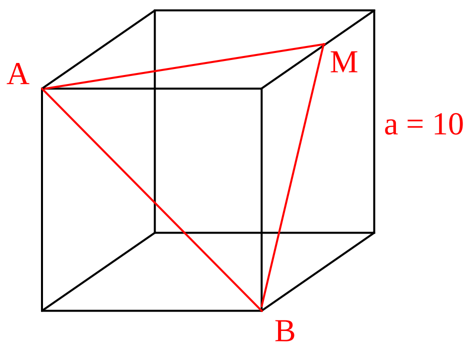
3. Das Bild zeigt das Dreieck ABC im rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem. Die Punkte haben die Koordinaten A(1/1) , B(9/1) und C(4/5).



   a) Berechnen den exakten Umfang des Dreiecks ABC.

   b) Entscheide mit einer geeigneten Rechnung, ob das Dreieck ABC spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig ist. Begründe deine Antwort kurz!

4. Das Bild zeigt einen Würfel der Kantenlänge $a = 10$. A und B sind Ecken des Würfels, M halbiert die rechte, obere Kante des Würfels.



   a) Bestimme die drei Seitenlängen $\overline{AB}$, $\overline{BM}$ und $\overline{MA}$ des Dreiecks ABM.

   b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABM.

Aufgabe	1a	b	2	3a	b	4a	b	Summe
Punkte	3	4	4	3	3	3	5	25

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 15.11.2011, Gruppe A * Lösung

1. a) $\sqrt{192\,a^6b^7} = \sqrt{3\cdot 64\cdot a^6b^6\cdot b} = 8\cdot\left|a^3\right|\cdot b^3\cdot\sqrt{3b}$

b) $\dfrac{\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}+2} = \dfrac{\sqrt{2}\cdot(3-2\sqrt{2})}{\left(3+2\sqrt{2}\right)\cdot(3-2\sqrt{2})} = \dfrac{3\cdot\sqrt{2}-2\cdot 2}{9-4\cdot 2} = -4+3\sqrt{2}$

2. $2(3x^2+1)-6 = 4 \Leftrightarrow 2(3x^2+1) = 10 \Leftrightarrow 3x^2+1 = 5 \Leftrightarrow 3x^2 = 4 \Leftrightarrow$

$x^2 = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{\dfrac{4\cdot 3}{3\cdot 3}} = \pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

3. a) $c = \overline{AB} = 8-1 = 7$; $a = \overline{CB} = \sqrt{(4-1)^2+(8-3)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$b = \overline{AC} = \sqrt{(4-1)^2+(3-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

Umfang $u = c+b+a = 7+\sqrt{13}+\sqrt{34}$

b) Für die längste Seite c gilt:

$c^2 = 7^2 = 49$ und $a^2+b^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2+\left(\sqrt{13}\right)^2 = 34+13 = 47 < 49 = c^2 \Rightarrow$

Das Dreieck ist stumpfwinklig mit $\gamma > 90^{\circ}$

(Erweiterung zur Umkehrung des Satzes von Pythagoras)

4. a) $\overline{AB} = \sqrt{2}\cdot a = 6\sqrt{2}$ (Diagonale im Quadrat)

$\left(\overline{MA}\right)^2 = \left(\overline{MB}\right)^2 = a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}a^2 \Rightarrow \overline{MA} = \overline{MB} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}a = \dfrac{\sqrt{5}\cdot 6}{2} = 3\sqrt{5}$

b) Das Dreieck ABM ist gleichschenklig mit der Basis $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$.

Für die Höhe h auf diese Basis gilt nach Pythagoras:

$h^2+\left(\dfrac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \left(\overline{AM}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2-\left(\dfrac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 9\cdot 5-9\cdot 2 = 27$.

also $h = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ und damit $F_{\Delta ABM} = \dfrac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot h = \dfrac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3} = 9\cdot\sqrt{6}$

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 9c, 15.11.2011, Gruppe B * Lösung

1. a) $\sqrt{320a^7b^6} = \sqrt{5\cdot 64\cdot a^6\cdot a\cdot b^6} = 8\cdot a^3\cdot \left|b^3\right|\cdot\sqrt{5a}$

b) $\dfrac{\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}+2} = \dfrac{\sqrt{2}\cdot(3+2\sqrt{2})}{\left(3-2\sqrt{2}\right)\cdot(3+2\sqrt{2})} = \dfrac{3\cdot\sqrt{2}+2\cdot 2}{9-4\cdot 2} = 4+3\sqrt{2}$

2. $2(3x^2+1)-4 = 6 \Leftrightarrow 2(3x^2+1) = 10 \Leftrightarrow 3x^2+1 = 5 \Leftrightarrow 3x^2 = 4 \Leftrightarrow$

$x^2 = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{\dfrac{4\cdot 3}{3\cdot 3}} = \pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

3. a) $c = \overline{AB} = 9-1 = 8$; $a = \overline{CB} = \sqrt{(5-1)^2+(9-4)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

$b = \overline{AC} = \sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Umfang $u = c+b+a = 8+5+\sqrt{41} = 13+\sqrt{41}$

b) Für die längste Seite c gilt:

$c^2 = 8^2 = 64$ und $a^2+b^2 = \left(\sqrt{41}\right)^2+5^2 = 41+25 = 66 > 64 = c^2 \Rightarrow$

Das Dreieck ist spitzwinklig mit $\gamma < 90^o$

(Erweiterung zur Umkehrung des Satzes von Pythagoras)

4. a) $\overline{AB} = \sqrt{2}\cdot a = 10\sqrt{2}$ (Diagonale im Quadrat)

$\left(\overline{MA}\right)^2 = \left(\overline{MB}\right)^2 = a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}a^2 \Rightarrow \overline{MA} = \overline{MB} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}a = \dfrac{\sqrt{5}\cdot 10}{2} = 5\sqrt{5}$

b) Das Dreieck ABM ist gleichschenklig mit der Basis $\overline{AB} = 10\sqrt{2}$.

Für die Höhe h auf diese Basis gilt nach Pythagoras:

$h^2+\left(\dfrac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \left(\overline{AM}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \left(5\sqrt{5}\right)^2-\left(\dfrac{10\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 25\cdot 5-25\cdot 2 = 75$.

also $h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ und damit $F_{\Delta ABM} = \dfrac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot h = \dfrac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{3} = 25\cdot\sqrt{6}$