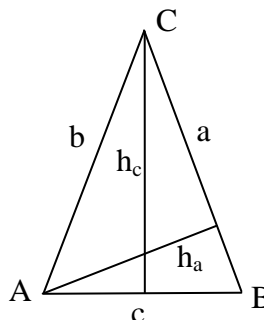


Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Satz des Pythagoras

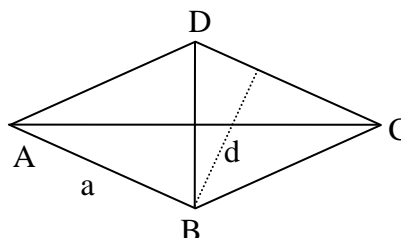
1. Bestimme den Abstand der beiden Punkte $A(-2/3)$ und $B(4/-1)$.



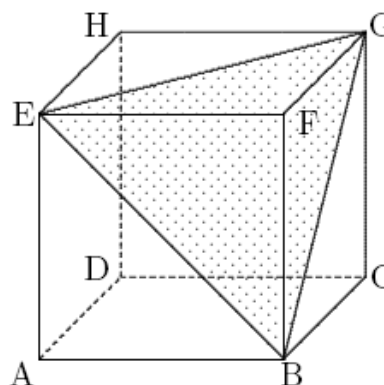
2. Das gleichschenklige Dreieck ABC hat die Seiten $a = b = 8$ und $c = 4$.
 a) Berechne die Höhe h_c und den Flächeninhalt des Dreiecks.
 b) Berechne die Höhen h_a und h_b .



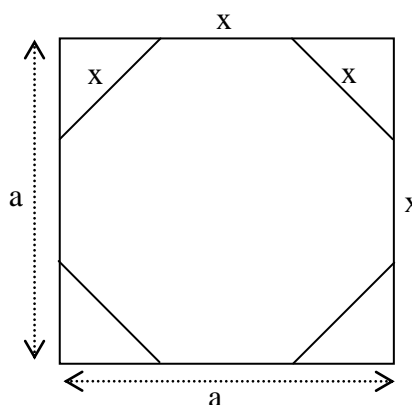
3. In der Raute $ABCD$ mit Seitenlänge $a = 6$ ist die Diagonale $[AC]$ doppelt so lang wie die Diagonale $[BD]$.
 a) Berechne die Länge der beiden Diagonalen.
 b) Berechne den Flächeninhalt der Raute.
 c) Welchen Abstand d haben die beiden Seiten $[AB]$ und $[CD]$ voneinander?



4. Von einem Holzwürfel mit der Kantenlänge $10,0$ cm wird ein Stück abgesägt (vgl. Abbildung).
 Berechne den Flächeninhalt der (schraffierten) Schnittfläche!



5. In einem Quadrat der Seitenlänge a sollen vier gleichschenklige Dreiecke so abgeschnitten werden, dass ein reguläres Achteck entsteht. Berechne die Seitenlänge x des Achtecks als Bruchteil der Länge a .
 Wie viel Prozent der Quadratfläche macht die Fläche des Achtecks aus?



Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Satz des Pythagoras * Lösungen

1. $\overline{AB} = \sqrt{(-2-4)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2 \cdot \sqrt{13}$

2. a) $a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + h_c^2 \Leftrightarrow h_c^2 = 8^2 - 2^2 \Leftrightarrow h_c^2 = 60 \Leftrightarrow h_c = 2 \cdot \sqrt{15}$

$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15}$

b) $4\sqrt{15} = A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15}}{8} = \sqrt{15}$ und $h_b = h_a = \sqrt{15}$



3. a) Mit $\overline{BD} = x$ und $\overline{AC} = 2x$ gilt:

$a^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{2x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 6^2 = \frac{x^2}{4} + x^2 \Leftrightarrow 36 = \frac{5x^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{5} \Leftrightarrow$

$\overline{BD} = x = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 2,4\sqrt{5}$ und $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{BD} = 4,8\sqrt{5}$

b) $A_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot \sqrt{5} \cdot 4,8 \cdot \sqrt{5} = 5,76 \cdot 5 = 28,8$

c) $28,8 = A_{ABCD} = \overline{AB} \cdot d = 6 \cdot d \Rightarrow d = \frac{28,8}{6} = 4,8$

4. $\overline{AG} = \overline{GB} = \overline{EB} = \overline{AB} \cdot \sqrt{2} = 10\text{cm} \cdot \sqrt{2}$ Das Dreieck EBG ist also gleichseitig. Die Höhe h in diesem gleichseitigen Dreieck hat die Länge

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \overline{EB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10\text{cm} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{6} \text{ cm}$

Für den Flächeninhalt des Dreiecks EBG gilt also:

$A_{EBG} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EB} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10\text{cm} \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{6} \cdot \text{cm} = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 86,6 \text{ cm}^2$

5. Es gilt $a = y + x + y$ und $x = y \cdot \sqrt{2}$

also $a = 2y + y \cdot \sqrt{2} = (2 + \sqrt{2}) \cdot y$ und damit

$y = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$ sowie $x = \sqrt{2} \cdot y = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

also $x = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \cdot a = \frac{\sqrt{2} \cdot (2 - \sqrt{2})}{4 - 2} \cdot a$

$x = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} \cdot a = (\sqrt{2} - 1) \cdot a$ und

$y = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot a}{\sqrt{2}} = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot a$; es folgt $A_{\text{Achteck}} = a^2 - 2 \cdot y^2 = a^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a^2$

$A_{\text{Achteck}} = a^2 - 2 \cdot \left(1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot a^2 = (2\sqrt{2} - 2) a^2$ und damit gilt

$\frac{A_{\text{Achteck}}}{A_{\text{Quadrat}}} = \frac{(2\sqrt{2} - 2) a^2}{a^2} = 2\sqrt{2} - 2 \approx 0,828 = 82,8\%$.

