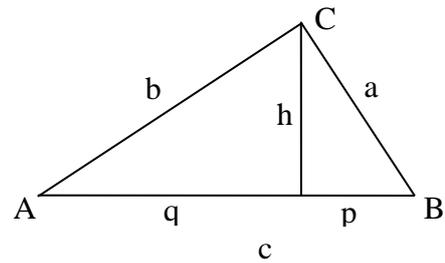


# Mathematik-Intensivierung \* Jahrgangsstufe 9 \* Satzgruppe des Pythagoras

1. Das Bild zeigt ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den üblichen Bezeichnungen.

- Formuliere die beiden Kathetensätze, den Höhensatz sowie den Satz von Pythagoras.
- Berechne alle weiteren Größen, wenn  $b = 7\text{cm}$  und  $h = 3\text{cm}$  gilt.  
Gib zunächst immer die exakten Längen an und runde gegebenenfalls auf mm genau.



2. Konstruiere  $\sqrt{15}$  mit Hilfe

- des Höhensatzes
- des Kathetensatzes
- des Satzes von Pythagoras.

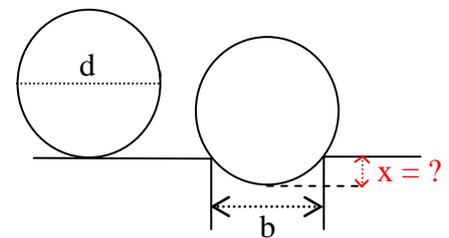


3. Eine Kugel mit dem Durchmesser  $d = 10\text{ cm}$  rollt in einen Spalt der Breite  $b = 7,0\text{ cm}$ .

Wie tief sinkt die Kugel ein?

Berechne  $x$  zunächst exakt und runde dann auf Millimeter genau.

Für diese Aufgabe solltest Du die Mitternachtsformel bereits kennen.

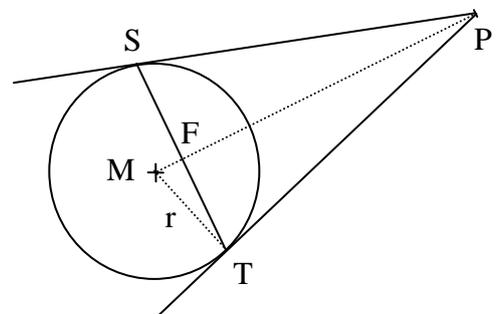


4. An einen Kreis mit Mittelpunkt  $M$  und Radius  $r = 4$  werden von einem Punkt  $P$  die zwei Tangenten gezogen.

Es gilt  $\overline{PM} = 10$ .

Die Tangenten berühren den Kreis in den Punkten  $S$  und  $T$ .

Berechne  $\overline{PT}$  und die Länge der Sehne  $[ST]$ .



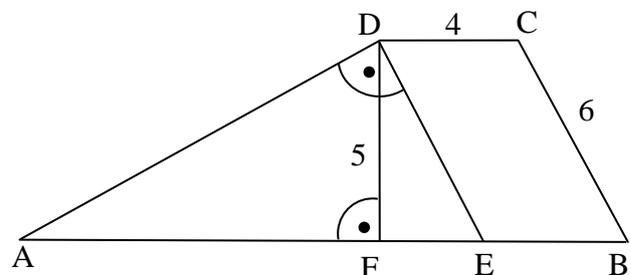
5. In einem Trapez ABCD mit  $AB \parallel CD$

und  $BC \parallel DE$  und  $\sphericalangle ADE = 90^\circ$

sind die Streckenlängen

$\overline{CD} = 4$ ,  $\overline{BC} = 6$  und  $\overline{DF} = 5$

bekannt. Hierbei ist  $F$  der Fußpunkt des Lotes von  $D$  auf  $[AB]$ .



- Berechne den Umfang des Trapezes!
- Berechne den Flächeninhalt des Trapezes!



1. a) Kathetensätze:  $a^2 = c \cdot p$  und  $b^2 = c \cdot q$   
 Höhensatz:  $h^2 = p \cdot q$   
 Satz von Pythagoras:  $c^2 = a^2 + b^2$

$$b) \quad q^2 + h^2 = b^2 \Rightarrow q = \sqrt{(7\text{cm})^2 - (3\text{cm})^2} = \sqrt{40\text{cm}^2} = 2 \cdot \sqrt{10}\text{cm} \approx 6,3\text{cm}$$

$$b^2 = c \cdot q \Rightarrow c = \frac{b^2}{q} = \frac{49\text{cm}^2}{2 \cdot \sqrt{10}\text{cm}} = 2,45 \cdot \sqrt{10}\text{cm} \approx 7,7\text{cm}$$

$$p = c - q = 2,45 \cdot \sqrt{10}\text{cm} - 2 \cdot \sqrt{10}\text{cm} = 0,45 \cdot \sqrt{10}\text{cm} \approx 1,4\text{cm}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{60,025\text{cm}^2 - 49\text{cm}^2} = \sqrt{11,025\text{cm}^2} = \sqrt{\frac{4410}{400}}\text{cm} =$$

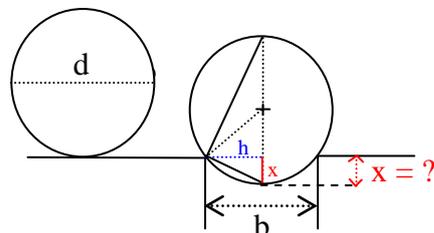
$$= \frac{21}{20} \sqrt{10}\text{cm} = 1,05 \sqrt{10}\text{cm} \approx 3,3\text{cm}$$

2. a)  $h^2 = p \cdot q$  ; hier  $h^2 = (\sqrt{15})^2 = 15 = 5 \cdot 3 = p \cdot q$  ; zeichne rechtwinkliges Dreieck mit  $p = 5$  und  $q = 3$ , dann gilt  $h = \sqrt{15}$  .  
 b)  $b^2 = c \cdot q$  ; hier  $b^2 = (\sqrt{15})^2 = 15 = 5 \cdot 3 = c \cdot q$  ; zeichne rechtwinkliges Dreieck mit  $c = 5$  und  $q = 3$ , dann gilt  $b = \sqrt{15}$  .  
 c)  $c^2 = a^2 + b^2$  ; hier  $4^2 = 16 = 15 + 1 = (\sqrt{15})^2 + 1^2$  ; zeichne rechtwinkliges Dreieck mit  $c = 4$  und  $b = 1$ , dann gilt  $a = \sqrt{15}$  .

3.  $h^2 = p \cdot q$  ; mit  $p = x$  und  $q = d - x = 10\text{cm} - x$

und  $h = \frac{1}{2} \cdot b = 3,5\text{cm}$  folgt:

$$(3,5\text{cm})^2 = x \cdot (10\text{cm} - x) \Leftrightarrow x^2 - 10\text{cm} \cdot x + 12,25\text{cm}^2 = 0$$



$$x_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot \left( 10\text{cm} \pm \sqrt{(10\text{cm})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12,25\text{cm}^2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( 10\text{cm} \pm \sqrt{51\text{cm}^2} \right) ; \text{ da } x < 0,5 \cdot d$$

gelten muss, folgt  $x = \frac{1}{2} \cdot \left( 10\text{cm} - \sqrt{51}\text{cm} \right) = 1,429\dots\text{cm} \approx 1,43\text{cm}$

4.  $\sphericalangle PTM = 90^\circ$  , d.h.  $r^2 + \overline{PT}^2 = \overline{MP}^2 \Rightarrow$

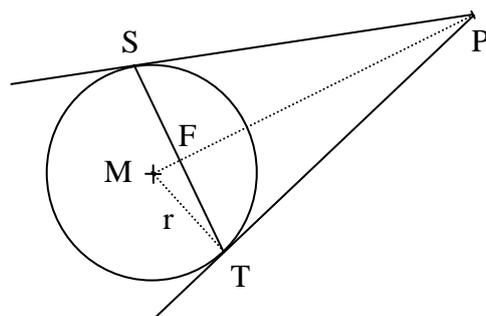
$$\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{84} = 2 \cdot \sqrt{21} \approx 9,2$$

$ST \perp MP$  d.h.  $\overline{MF} \cdot \overline{MP} = r^2$  , also

$$\overline{MF} \cdot 10 = 4^2 \text{ also } \overline{MF} = \frac{16}{10} = 1,6$$

$$\overline{MF}^2 + \overline{FT}^2 = r^2 \Rightarrow \overline{FT} = \sqrt{r^2 - \overline{MF}^2} \text{ also}$$

$$\overline{FT} = \sqrt{4^2 - 1,6^2} = \sqrt{13,44} = \sqrt{\frac{1344}{100}} = \frac{8 \cdot \sqrt{21}}{10} = 0,8 \sqrt{21} \approx 3,7$$

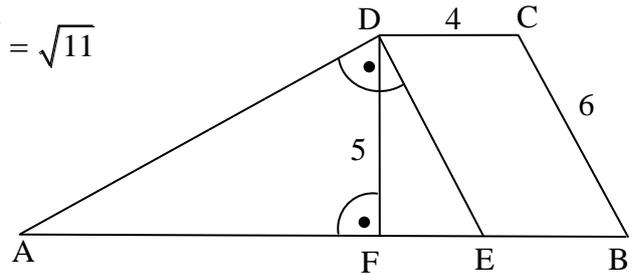


5.  $DE \parallel CB$  und  $AB \parallel DC$  d.h.  $\overline{DE} = \overline{CB} = 6$  und aus

$$\overline{DF}^2 + \overline{FE}^2 = \overline{DE}^2 \Rightarrow \overline{FE} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{EF} \Rightarrow$$

$$\overline{AE} = \frac{6^2}{\sqrt{11}} = \frac{36}{11} \cdot \sqrt{11} \approx 10,9$$



$$\overline{AF} = \overline{AE} - \overline{EF} = \frac{36 \cdot \sqrt{11}}{11} - \sqrt{11} = \frac{25 \cdot \sqrt{11}}{11} \quad \text{und}$$

$$\overline{AF}^2 + \overline{FD}^2 = \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{\frac{25^2}{11} + 5^2} = \sqrt{\frac{625 + 275}{11}} = \sqrt{\frac{900}{11}} = \frac{30\sqrt{11}}{11} \approx 9,0$$

a) Umfang U :

$$U = \overline{AE} + \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \frac{36}{11} \cdot \sqrt{11} + 4 + 6 + 4 + \frac{30}{11} \cdot \sqrt{11} = 14 + 6\sqrt{11} \approx 33,9$$

b) Flächeninhalt A:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{DF} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{36\sqrt{11}}{11} + 4 + 4 \right) \cdot 5 = \frac{90\sqrt{11}}{11} + 20 = \frac{220 + 90\sqrt{11}}{11} \approx 47,1$$