3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.07.2017 * Gruppe A

1. Ein Privatsender will eine neue Fernsehserie starten. Um die Erfolgsaussichten der Serie zu prüfen, werden im Anschluss an eine Pilotsendung die Zuschauer befragt.
   55% der Zuschauer sind älter als 30 Jahre, und nur 40% dieser älteren Zuschauer finden die Serie gut. Von den jüngeren Zuschauern äußern sich hingegen 80% positiv zur neuen Serie.

   a) Bestimmen Sie den Anteil der Zuschauer, die sich positiv zur Serie äußern.

   b) Für ein Interview wird ein Zuschauer, der die Serie gut fand, zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieser Zuschauer älter als 30 Jahre?

   c) Wie viele Zuschauer älter als 30 Jahre müsste man auswählen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens einen zu finden, der sich positiv zur Serie äußert?

2. Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = (1-2x)\cdot(3x-4x^2)$ und $g(x) = (2-x^2)\cdot(2+x^2)$.

   a) Untersuchen Sie den Verlauf der beiden Graphen für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$.

   b) Peter behauptet, dass sich die beiden Graphen in mindestens einem Punkt schneiden. Begründen Sie, ob Peters Behauptung stimmt.

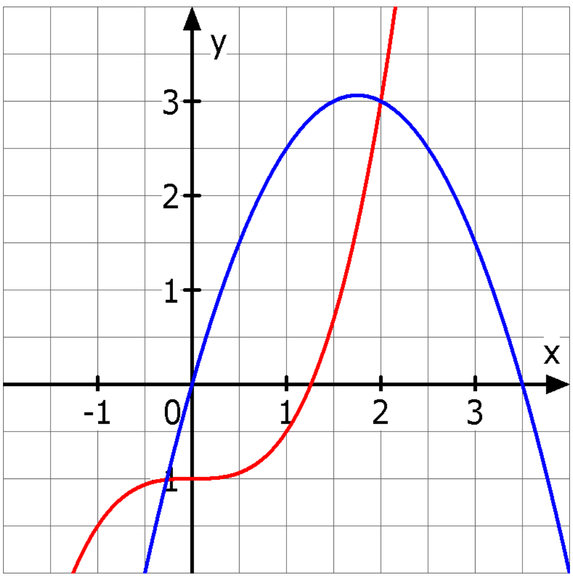
3. Die Polynomdivision $(2x^3 - 3x^2 + k\cdot x + 4) : (x - 2)$ soll ohne Rest aufgeben.
   Bestimmen Sie den geeigneten Wert für k und führen Sie anschließend die Polynomdivision durch.

4. Das Bild zeigt die Graphen der beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = 3{,}5x - x^2$ und
   $g(x) = 0{,}5x^3 - 1$.

   a) Geben Sie an, welcher Funktionsterm zum roten Graphen gehört.

   b) Begründen Sie rechnerisch, dass P(2 / 3) ein Schnittpunkt der beiden Graphen ist.

   c) Bestimmen Sie die x-Werte aller restlichen Schnittpunkte der beiden Graphen.



Aufgabe	1a	b	c	2a	b	3	4a	b	c	∑
Punkte	6	4	4	4	2	5	1	2	8	36

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.07.2017 * Gruppe B

1. Ein Privatsender will eine neue Fernsehserie starten. Um die Erfolgsaussichten der Serie zu prüfen, werden im Anschluss an eine Pilotsendung die Zuschauer befragt.
   65% der Zuschauer sind älter als 30 Jahre, und nur 40% dieser älteren Zuschauer finden die Serie gut. Von den jüngeren Zuschauern äußern sich hingegen 80% positiv zur neuen Serie.

   a) Bestimmen Sie den Anteil der Zuschauer, die sich positiv zur Serie äußern.

   b) Für ein Interview wird ein Zuschauer, der die Serie gut fand, zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieser Zuschauer älter als 30 Jahre?

   c) Wie viele Zuschauer älter als 30 Jahre müsste man auswählen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens einen zu finden, der sich positiv zur Serie äußert?

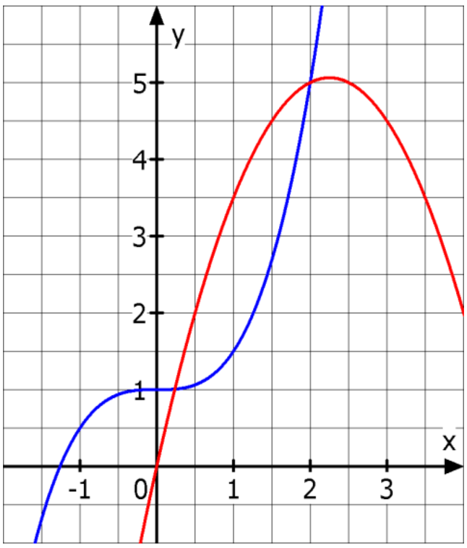
2. Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = (1-3x)\cdot(2x-4x^2)$ und $g(x) = (2+x^2)\cdot(2-x^2)$.

   a) Untersuchen Sie den Verlauf der beiden Graphen für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$.

   b) Peter behauptet, dass sich die beiden Graphen in mindestens einem Punkt schneiden. Begründen Sie, ob Peters Behauptung stimmt.

3. Die Polynomdivision $(2x^3 - 3x^2 + k\cdot x + 6) : (x - 2)$ soll ohne Rest aufgeben.
   Bestimmen Sie den geeigneten Wert für k und führen Sie anschließend die Polynomdivision durch.

4. Das Bild zeigt die Graphen der beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = 4{,}5x - x^2$ und
   $g(x) = 0{,}5x^3 + 1$.

   a) Geben Sie an, welcher Funktionsterm zum blauen Graphen gehört.

   b) Begründen Sie rechnerisch, dass P(2 / 5) ein Schnittpunkt der beiden Graphen ist.

   c) Bestimmen Sie die x-Werte <u>aller</u> restlichen Schnittpunkte der beiden Graphen.

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	3	4a	b	c	∑
Punkte	6	4	4	4	2	5	1	2	8	36

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.07.2017 * Gruppe A * Lösung

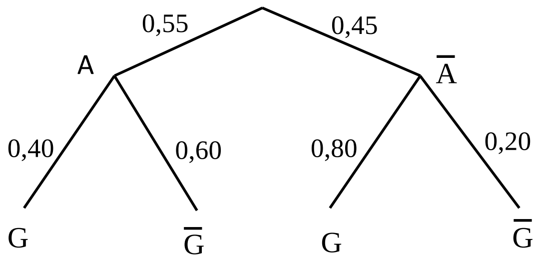
1\. a) $A \triangleq$ älter als 30 Jahre

$G \triangleq$ Serie wird für gut gehalten

$P(G) = 0,55 \cdot 0,40 + 0,45 \cdot 0,80 =$

$0,22 + 0,36 = 0,58 = 58\%$

58% der Zuschauer halten die Serie für gut.



b) $P_G(A) = \dfrac{P(A \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0,22}{0,58} = 0,3793... \approx 37,9\%$

c) $P(\text{"mindestens ein "alter" Zuschauer findet Serie gut"}) \geq 95\% \;\Leftrightarrow$

$1 - P(\text{"kein alter Zuschauer findet Serie gut"}) \geq 95\% \;\Leftrightarrow\; 1 - 0,60^n \geq 95\% \;\Leftrightarrow$

$0,05 \geq 0,60^n \;\Leftrightarrow\; \log(0,05) \geq \log(0,60^n) \;\Leftrightarrow\; \log(0,05) \geq n \cdot \log(0,60) \;\Leftrightarrow$

$n \geq \dfrac{\log(0,05)}{\log(0,60)} = 5,86...$ Mindestens 6 ältere Zuschauer müssen ausgewählt werden.

2\. a) $f(x) = (1-2x)\cdot(3x-4x^2) = 3x - 4x^2 - 6x^2 + 8x^3 = 8x^3 - 10x^2 + 3x$

für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to \pm\infty$

$g(x) = (2-x^2)\cdot(2+x^2) = 4 - x^4$ also folgt: für $x \to \pm\infty$ gilt $g(x) \to -\infty$

b) $f(0) = 0$ und $g(0) = 4$ und für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$ und $g(x) \to -\infty$,

daher müssen sich G_f und G_g an einer Stelle $x > 0$ schneiden.

3\. Damit $(2x^3 - 3x^2 + k\cdot x + 4) : (x-2)$ ohne Rest aufgeht, muss gelten:

$0 = 2\cdot 2^3 - 3\cdot 2^2 + k\cdot 2 + 4 \;\Leftrightarrow\; 0 = 2k + 8 \;\Leftrightarrow\; k = -4$

$(2x^3 - 3x^2 - 4x + 4) : (x-2) = 2x^2 + x - 2$

$-(2x^3 - 4x^2)$

$x^2 - 4x + 4$

$-(x^2 - 2x)$

$-2x + 4$

$-(-2x + 4)$

4\. a) Die Funktion g mit $g(x) = 0,5x^3 - 1$ gehört zum roten Graphen.

b) $g(2) = 0,5\cdot 2^3 - 1 = 4 - 1 = 3$ und $f(2) = 3,5\cdot 2 - 2^2 = 3$ also $P(2/3) \in G_g \cap G_f$

c) $g(x) = f(x) \;\Leftrightarrow\; 0,5x^3 - 1 = 3,5x - x^2 \;\Leftrightarrow\; 0,5x^3 + x^2 - 3,5x - 1 = 0$ und $x_1 = 2$

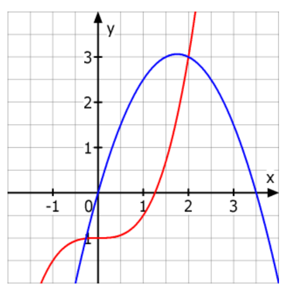
also Polynomdivision $(0,5x^3 + x^2 - 3,5x - 1) : (x-2) = 0,5x^2 + 2x + 0,5$

also $g(x) = f(x) \;\Leftrightarrow\; 0 = (x-2)\cdot(0,5x^2 + 2x + 0,5) \;\Leftrightarrow$

$x_1 = 2$ oder $0,5x^2 + 2x + 0,5 = 0$

$x_{2/3} = \dfrac{1}{2\cdot 0,5}\cdot\left(-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 0,5\cdot 0,5}\right) = -2 \pm \sqrt{3}$

$\left(x_2 = -2 + \sqrt{3} \approx -0,27 \text{ und } x_3 = -2 - \sqrt{3} \approx -3,73\right)$



3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.07.2017 * Gruppe B * Lösung

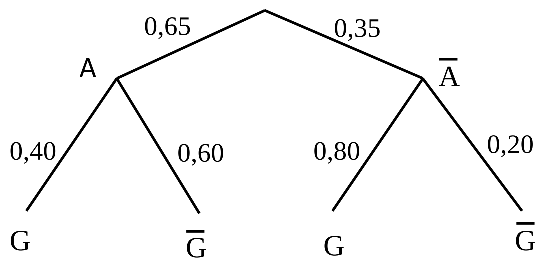
1. a) $A \triangleq$ älter als 30 Jahre

$G \triangleq$ Serie wird für gut gehalten

$P(G) = 0{,}65 \cdot 0{,}40 + 0{,}35 \cdot 0{,}80 =$

$0{,}26 + 0{,}28 = 0{,}54 = 54\%$

54% der Zuschauer halten die Serie für gut.



b) $P_G(A) = \dfrac{P(A \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0{,}26}{0{,}54} = 0{,}4814... \approx 48{,}1\%$

c) $P(\text{"mindestens ein "alter" Zuschauer findet Serie gut"}) \geq 95\% \Leftrightarrow$

$1 - P(\text{"kein alter Zuschauer findet Serie gut"}) \geq 95\% \Leftrightarrow 1 - 0{,}60^n \geq 95\% \Leftrightarrow$

$0{,}05 \geq 0{,}60^n \Leftrightarrow \log(0{,}05) \geq \log(0{,}60^n) \Leftrightarrow \log(0{,}05) \geq n \cdot \log(0{,}60) \Leftrightarrow$

$n \geq \dfrac{\log(0{,}05)}{\log(0{,}60)} = 5{,}86...$ Mindestens 6 ältere Zuschauer müssen ausgewählt werden.

2. a) $f(x) = (1-3x)\cdot(2x-4x^2) = 2x - 4x^2 - 6x^2 + 12x^3 = 12x^3 - 10x^2 + 2x$

für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to \pm\infty$

$g(x) = (2+x^2)\cdot(2-x^2) = 4 - x^4$ also folgt: für $x \to \pm\infty$ gilt $g(x) \to -\infty$

b) $f(0) = 0$ und $g(0) = 4$ und für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$ und $g(x) \to -\infty$,

daher müssen sich G_f und G_g an einer Stelle $x > 0$ schneiden.

3. Damit $(2x^3 - 3x^2 + k\cdot x + 6) : (x-2)$ ohne Rest aufgeht, muss gelten:

$0 = 2\cdot 2^3 - 3\cdot 2^2 + k\cdot 2 + 6 \Leftrightarrow 0 = 2k + 10 \Leftrightarrow k = -5$

$$
\begin{array}{l}
(2x^3 - 3x^2 - 5x + 6) : (x-2) = 2x^2 + x - 3 \\
\underline{-(2x^3 - 4x^2)} \\
\qquad x^2 - 5x + 6 \\
\qquad \underline{-(x^2 - 2x)} \\
\qquad\qquad -3x + 6 \\
\qquad\qquad \underline{-(-3x + 6)}
\end{array}
$$

4. a) Die Funktion g mit $g(x) = 0{,}5x^3 + 1$ gehört zum blauen Graphen.

b) $g(2) = 0{,}5\cdot 2^3 + 1 = 4 + 1 = 5$ und $f(2) = 4{,}5\cdot 2 - 2^2 = 5$ also $P(2/5) \in G_g \cap G_f$

c) $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 0{,}5x^3 + 1 = 4{,}5x - x^2 \Leftrightarrow 0{,}5x^3 + x^2 - 4{,}5x + 1 = 0$ und $x_1 = 2$

also Polynomdivision $(0{,}5x^3 + x^2 - 4{,}5x + 1) : (x-2) = 0{,}5x^2 + 2x - 0{,}5$

also $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 0 = (x-2)\cdot(0{,}5x^2 + 2x - 0{,}5) \Leftrightarrow$

$x_1 = 2$ oder $0{,}5x^2 + 2x - 0{,}5 = 0$

$x_{2/3} = \dfrac{1}{2\cdot 0{,}5}\cdot\left(-2 \pm \sqrt{2^2 + 4\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5}\right) = -2 \pm \sqrt{5}$

$\left(x_2 = -2 + \sqrt{5} \approx 0{,}24 \text{ und } x_3 = -2 - \sqrt{5} \approx -4{,}24\right)$