

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Exponentialgleichungen

1. Bestimmen Sie alle Lösungen zunächst exakt und geben Sie diese dann auf Hundertstel gerundet an!

a) $2 \cdot 3^x = 4$

b) $2 + 3 \cdot 4^x = 5 + 6 \cdot 7$

c) $2 \cdot 3^{4x-5} = 6 + 7$

d) $100 - 5^{2x+1} = 50 - 5^2$

e) $(2 + 3^{4x-5})^2 + 6 = 127$

f) $2^{2x+1} - 4^3 = 8$

g) $5^x = 3^x$

h) $5^x = 3^{x+1}$

i) $4 \cdot 2^{x+3} = 5^{2x}$

j) $0,5 \cdot 3^{2x+1} = 2^{x+5}$



2. Gleichungen, die sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen.

Lösen Sie die Gleichung ohne Verwendung des Taschenrechners.

a) $2^{2x} = 3 \cdot 2^x + 4$

b) $12 \cdot 3^x - 3^{2x} = 27$

c) $2^{2x} + 2 = 8,25 \cdot 2^x$

d) $3^{2x} = 8 \cdot 3^{x+1} + 81$

e) $4 \cdot 2^{2x} + 31 \cdot 2^x = 8$

f) $1000 \cdot 10^{2x} = 1 - 90 \cdot 10^x$

g) $0,5^{2x} = 32 + 4 \cdot 0,5^x$

h) $0,5^{2x} - 0,5^{-3} = 0,5^{x-1}$

i) $10^x - 9 = \frac{10}{10^x}$

j) $2^x - 2^2 = \frac{1}{2^{x-5}}$

k) $3^x + 3^{2-x} = 10$

l) $0,5^x - 2^2 = 2 \cdot 0,5^{-x-4}$

3. Lösen Sie die Gleichung ohne Verwendung des Taschenrechners.

a) $\lg(5x-10) = 2$

b) $\log_3(x^2-7) = 2$

c) $\log_x(5^2-3^2) = 4$

d) $\log_{2x} 81 = 3$

e) $\log_4 0,25 = x + 1$

f) $\log_{0,5} 8 = x + 2$

g) $1 - 0,5x = \log_3(9\sqrt{3})$

h) $\log_{0,5}(2\sqrt{2}) = x + 0,5$



Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Exponentialgleichungen * Lösungen



1. a) $2 \cdot 3^x = 4 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2 = 0,6309... \approx 0,63$
- b) $2 + 3 \cdot 4^x = 5 + 6 \cdot 7 \Leftrightarrow 3 \cdot 4^x = 45 \Leftrightarrow 4^x = 15 \Leftrightarrow x = \log_4 15 = 1,953... \approx 1,95$
- c) $2 \cdot 3^{4x-5} = 6 + 7 \Leftrightarrow 3^{4x-5} = 6,5 \Leftrightarrow 4x - 5 = \log_3 6,5 \Leftrightarrow x = 0,25 \cdot (5 + \log_3 6,5) = 1,675... \approx 1,68$
- d) $100 - 5^{2x+1} = 50 - 5^2 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 75 \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_5 75 \Leftrightarrow x = 0,5 \cdot (-1 + \log_5 75) = 0,841... \approx 0,84$
- e) $(2 + 3^{4x-5})^2 + 6 = 127 \Leftrightarrow 2 + 3^{4x-5} = \sqrt{121} \Leftrightarrow 3^{4x-5} = 9 \Leftrightarrow 4x - 5 = 2 \Leftrightarrow x = 1,75$
- f) $2^{2x+1} - 4^3 = 8 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 72 \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_2 72 \Leftrightarrow x = 0,5 \cdot (-1 + \log_2 72) = 2,584... \approx 2,58$
- g) $5^x = 3^x \Leftrightarrow x \cdot \lg 5 = x \cdot \lg 3 \Leftrightarrow x \cdot (\lg 5 - \lg 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- h) $5^x = 3^{x+1} \Leftrightarrow x \cdot \lg 5 = (x+1) \cdot \lg 3 \Leftrightarrow x \cdot (\lg 5 - \lg 3) = \lg 3 \Leftrightarrow x = \frac{\lg 3}{\lg 5 - \lg 3} = 2,150... \approx 2,15$
- i) $4 \cdot 2^{x+3} = 5^{2x} \Leftrightarrow 2^{x+5} = 5^{2x} \Leftrightarrow (x+5) \cdot \lg 2 = 2x \cdot \lg 5 \Leftrightarrow x \cdot (\lg 2 - 2 \cdot \lg 5) = -5 \cdot \lg 2 \Leftrightarrow$
 $x = \frac{5 \cdot \lg 2}{\lg 5^2 - \lg 2} = x = \frac{\lg 32}{\lg 12,5} = 1,372... \approx 1,37$
- j) $0,5 \cdot 3^{2x+1} = 2^{x+5} \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 2 \cdot 2^{x+5} \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 2^{x+6} \Leftrightarrow (2x+1) \cdot \lg 3 = (x+6) \cdot \lg 2 \Leftrightarrow$
 $(2x+1) \cdot \lg 3 = (x+6) \cdot \lg 2 \Leftrightarrow x \cdot (2 \cdot \lg 3 - \lg 2) = 6 \cdot \lg 2 - \lg 3 \Leftrightarrow x = \frac{\lg 64 - \lg 3}{\lg 9 - \lg 2} = 2,034... \approx 2,03$
2. a) $2^{2x} = 3 \cdot 2^x + 4$; mit $u = 2^x \Rightarrow u^2 - 3u - 4 = 0$; $(u_1 = -1), u_2 = 4$; $2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$
- b) $12 \cdot 3^x - 3^{2x} = 27$; mit $u = 3^x \Rightarrow u^2 - 12u + 27 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 9$; $u_2 = 3$;
 also $3^x = 9$, $x_1 = 2$; $3^x = 3$, $x_2 = 1$
- c) $2^{2x} + 2 = 8,25 \cdot 2^x$; mit $2^x = u \Rightarrow u^2 - 8,25u + 2 = 0$; $u_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (8,25 \pm \sqrt{8,25^2 - 4 \cdot 2}) \Rightarrow$
 $u_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (8,25 \pm 7,75)$; $u_1 = 8$, $u_2 = 0,25$; $2^x = 8 \Rightarrow x_1 = 3$; $2^x = 0,25 \Rightarrow x_2 = -2$
- d) $3^{2x} = 8 \cdot 3^{x+1} + 81$, mit $3^x = u \Rightarrow u^2 - 24u - 81 = 0$; $u_1 = 27$, $(u_2 = -6)$; $3^x = 27 \Rightarrow x = 3$
- e) $4 \cdot 2^{2x} + 31 \cdot 2^x = 8$, mit $2^x = u \Rightarrow 4u^2 + 31u - 8 = 0$; $u_1 = 0,25$, $(u_2 = -8)$; $2^x = 0,25 \Rightarrow x = -2$
- f) $1000 \cdot 10^{2x} = 1 - 90 \cdot 10^x$, mit $10^x = u \Rightarrow 1000u^2 + 90u - 1 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 0,01$, $(u_2 = -0,1)$
 $10^x = 0,01 \Rightarrow x = -2$
- g) $0,5^{2x} = 32 + 4 \cdot 0,5^x$ mit $0,5^x = u \Rightarrow u^2 - 4u - 32 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8$, $(u_2 = -4)$; $0,5^x = 8 \Rightarrow x = -3$
- h) $0,5^{2x} - 0,5^{-3} = 0,5^{x-1}$ mit $0,5^x = u \Rightarrow u^2 - 2u - 8 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 4$, $(u_2 = -2)$;
 $0,5^x = 4 \Rightarrow x = -2$
- i) $10^x - 9 = \frac{10}{10^x}$ mit $u = 10^x \Rightarrow u - 9 = \frac{10}{u} \Leftrightarrow u^2 - 9u - 10 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 10$, $(u_2 = -1)$;
 $10^x = 10 \Rightarrow x = 1$
- j) $2^x - 2^2 = \frac{1}{2^{x-5}}$ mit $2^x = u \Rightarrow u - 4 = \frac{32}{u} \Leftrightarrow u^2 - 4u - 32 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8$, $(u_2 = -4)$
 $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

- k) $3^x + 3^{2-x} = 10$ mit $u=3^x \Rightarrow u + \frac{9}{u} - 10 = 0 \Leftrightarrow u^2 - 10u + 9 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 1, u_2 = 9$;
 $3^x = 1 \Rightarrow x_1 = 0$; $3^x = 9 \Rightarrow x_2 = 2$
- l) $0,5^x - 2^2 = 2 \cdot 0,5^{-x-4}$ mit $u=0,5^x \Rightarrow u - 4 = 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{u} \Leftrightarrow u^2 - 4u - 32 = 0$
 $\Leftrightarrow u_1 = 8, (u_2 = -4)$; $0,5^x = 8 \Rightarrow x = -3$
3. a) $\lg(5x-10) = 2 \Leftrightarrow 10^2 = 5x-10 \Leftrightarrow 5x = 110 \Leftrightarrow x = 22$
 b) $\log_3(x^2-7) = 2 \Leftrightarrow 3^2 = x^2-7 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 4$
 c) $\log_x(5^2-3^2) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 25-9 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 2$
 d) $\log_{2x} 81 = 3 \Leftrightarrow (2x)^3 = 81 \Leftrightarrow 2x = \sqrt[3]{81} \Leftrightarrow x = 0,5 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3} \Leftrightarrow x = 1,5 \cdot \sqrt[3]{3}$
 e) $\log_4 0,25 = x+1 \Leftrightarrow x = -1 - 1 = -2$
 f) $\log_{0,5} 8 = x+2 \Leftrightarrow x = -2 - 3 = -5$
 g) $1 - 0,5x = \log_3(9\sqrt{3}) \Leftrightarrow 0,5x = 1 - 2,5 \Leftrightarrow x = -3$
 h) $\log_{0,5}(2\sqrt{2}) = x+0,5 \Leftrightarrow x = -0,5 - 1,5 = -2$

