3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * Nachtermin am 22.03.2018

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

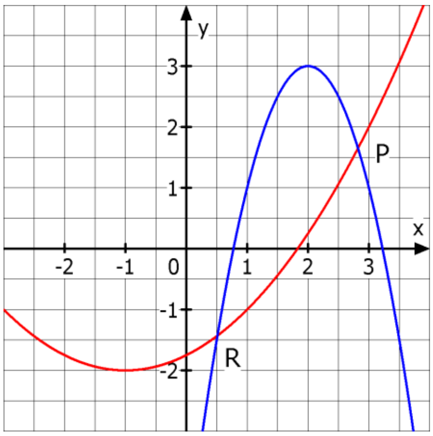
   $x^4 = x^2 + 6$

2. Die Punkte A(-1/3), B(1/1) und C(2/1,5) liegen auf einer Parabel.
   Bestimme mit geeigneter Rechnung die Funktionsgleichung der Parabel.

3. Bestimme alle Werte für k, so dass die quadratische Gleichung keine Lösung hat.

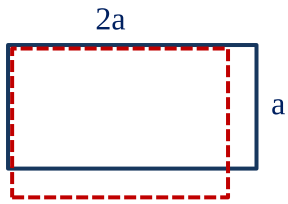
   $0{,}5 \cdot x^2 + k \cdot x + 6 = 0$

4. Das Bild zeigt die Graphen zweier quadratischer Funktionen.
   a) Gib die Funktionsgleichung der beiden quadratischen Funktionen an.
   b) Bestimme die x-Koordinate des Schnittpunktes P der beiden Parabeln auf zwei Dezimalstellen genau.



5. Bei einem Rechteck ist die lange Seite gerade doppelt so lang wie die kurze (siehe Bild!).
   Verkürzt man die lange Seite um 4cm und verlängert man die kurze um 20%, so entsteht ein neues Rechteck, dessen Flächeninhalt um $34 cm^2$ größer ist als der Flächeninhalt des ursprünglichen Rechtecks.

   Berechne die Länge a der kurzen Seite des ursprünglichen Rechtecks.



Die Abbildungen ist nicht maßstabsgetreu!

Aufgabe	1	2	3	4a	b	5	Summe
Punkte	4	6	4	3	4	6	27

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9d * Nachtermin am 22.03.2018
Lösung

1. $x^4 = x^2 + 6$ Substitution $u = x^2$ also

$u^2 - u - 6 = 0 \;\Leftrightarrow\; (u-3)\cdot(u+2) = 0 \;\Leftrightarrow\; u_1 = 3\,;\; (u_2 = -2 \neq x^2)$

also $x^2 = 3 \;\Leftrightarrow\; x_{1/2} = \pm\sqrt{3}$

2. $f(x) = ax^2 + bx + c$ Einsetzen der Koordinaten der drei Punkte liefert:

(1) $3 = a - b + c \;\Rightarrow\; c = b - a + 3$

(2) $1 = a + b + c$ (2´) $1 = a + b + b - a + 3 \;\Leftrightarrow\; 2b = -2 \;\Leftrightarrow\; b = -1$

(3) $1{,}5 = 4a + 2b + c$ (3´) $1{,}5 = 4a + 2b + b - a + 3 \;\Leftrightarrow\; 1{,}5 = 3a - 3 + 3 \;\Leftrightarrow\; a = \frac{1}{2}$

also $c = -1 - \frac{1}{2} + 3 = 1{,}5$ und damit $f(x) = 0{,}5x^2 - x + 1{,}5$

3. $0{,}5 \cdot x^2 + k \cdot x + 6 = 0$ hat keine Lösungen, falls $D < 0$ gilt, also

$D = k^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 6 < 0 \;\Leftrightarrow\; k^2 < 12 \;\Leftrightarrow\; |k| < \sqrt{12} \;\Leftrightarrow\; -2\sqrt{3} < k < 2\sqrt{3}$

4.a) Blauer Graph: $f(x) = -2(x-2)^2 + 3 = -2x^2 + 8x - 5$

roter Graph: $g(x) = 0{,}25 \cdot (x+1)^2 - 2$

b) $f(x) = g(x) \;\Leftrightarrow\; -2x^2 + 8x - 5 = 0{,}25 \cdot (x^2 + 2x + 1) - 2 \;\Leftrightarrow$

$-8x^2 + 32x - 20 = x^2 + 2x + 1 - 8 \;\Leftrightarrow\; 0 = 9x^2 - 30x + 13 \;\Leftrightarrow$

$x_{1/2} = \frac{1}{18} \cdot (30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 9 \cdot 13}) = \frac{1}{18} \cdot (30 \pm \sqrt{432})$

$x_P = \frac{1}{18} \cdot (30 + 12\sqrt{3}) = \frac{5 + 2\sqrt{3}}{3} = 2{,}821... \approx 2{,}82$

5. $(2a - 4cm) \cdot 1{,}2a = 2a \cdot a + 34cm^2 \;\Leftrightarrow\; 2{,}4a^2 - 4{,}8cm \cdot a - 2a^2 - 34cm^2 = 0 \;\Leftrightarrow$

$0{,}4a^2 - 4{,}8cm \cdot a - 34cm^2 = 0 \;\Leftrightarrow\; 4a^2 - 48cm \cdot a - 340\,cm^2 = 0 \;\Leftrightarrow$

$a^2 - 12cm \cdot a - 85cm^2 = 0 \;\Leftrightarrow\; a_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (12cm \pm \sqrt{144cm^2 + 4 \cdot 85cm^2}) \;\Leftrightarrow$

$a_{1/2} = 0{,}5 \cdot (12cm \pm \sqrt{484cm^2}) = 0{,}5 \cdot (12cm \pm 22cm)$

wegen $a > 0$ also $a = 0{,}5 \cdot 34cm = 14cm$