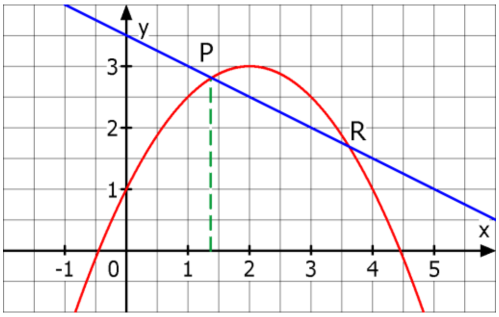
3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 19.03.2018 * Gruppe A

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!
   $$2x + 6 = \frac{3}{x}$$

2. Das Bild zeigt den Graphen einer Parabel und einer Geraden.



   a) Gib die Funktionsgleichungen der Parabel sowie der Geraden an.

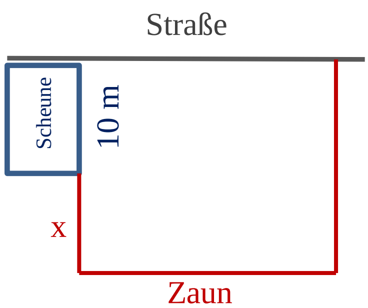
   b) Die Gerade schneidet die Parabel in den beiden Punkten P und R.
   Berechne den x-Wert des Schnittpunktes P auf zwei Dezimalstellen genau.

3. Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = x^2 - 2x + 3$ und $g(x) = m \cdot x - 6$ $(m \in \mathbb{R})$.
   Bestimme alle Werte von m, für die die Gerade die Parabel berührt.

4. Gesucht sind zwei Zahlen. Das Produkt der Zahlen beträgt 2592 und die Summe der beiden Zahlen hat den Wert 108.
   Berechne die beiden Zahlen.

5. Landwirt Huber will eine Weide für seine Kühe abstecken. Längs der Straße und an den 10 Metern der Scheune benötigt er keinen Zaun. Die Weidefläche soll rechteckig sein. Herr Huber hat einen Weidezaun der Länge 90m.

   Bestimme x so, dass die Weidefläche den größtmöglichen Flächeninhalt annimmt.
   Wie groß ist dieser maximale Flächeninhalt?



Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!

Aufgabe	1	2a	b	3	4	5	Summe
Punkte	4	3	4	4	5	6	26

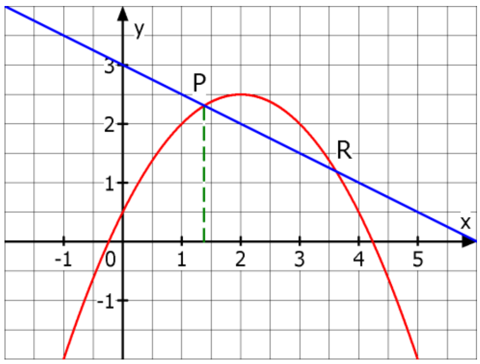
Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 19.03.2018 * Gruppe B

1. Bestimme alle Lösungen der Gleichung!

   $3x + 6 = \frac{2}{x}$

2. Das Bild zeigt den Graphen einer Parabel und einer Geraden.



   a) Gib die Funktionsgleichungen der Parabel sowie der Geraden an.

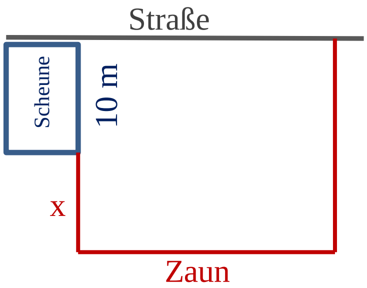
   b) Die Gerade schneidet die Parabel in den beiden Punkten P und R.
   Berechne den x-Wert des Schnittpunktes P auf zwei Dezimalstellen genau.

3. Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit
   $f(x) = x^2 - 2x + 4$ und $g(x) = m \cdot x - 5$ $(m \in \mathbb{R})$.
   Bestimme alle Werte von m, für die die Gerade die Parabel berührt.

4. Gesucht sind zwei Zahlen. Das Produkt der Zahlen beträgt 2592 und die Summe der beiden Zahlen hat den Wert 102.
   Berechne die beiden Zahlen.

5. Landwirt Huber will eine Weide für seine Kühe abstecken. Längs der Straße und an den 10 Metern der Scheune benötigt er keinen Zaun. Die Weidefläche soll rechteckig sein. Herr Huber hat einen Weidezaun der Länge 110m.

   Bestimme x so, dass die Weidefläche den größtmöglichen Flächeninhalt annimmt.
   Wie groß ist dieser maximale Flächeninhalt?



Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!

Aufgabe	1	2a	b	3	4	5	Summe
Punkte	4	3	4	4	5	6	26

Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 19.03.2018 * Lösungen * Gruppe A

1. $2x + 6 = \frac{3}{x} \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$x_{1/2} = \frac{1}{4}\cdot(-6 \pm \sqrt{36 + 4\cdot 2\cdot 3}\ ) = \frac{1}{4}\cdot(-6 \pm \sqrt{60}\ ) = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

2. a) $f(x) = -0{,}5\cdot(x-2)^2 + 3$ und $g(x) = -0{,}5x + 3{,}5$

b) Schnittpunkte: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -0{,}5\cdot(x^2 - 4x + 4) + 3 = -0{,}5x + 3{,}5 \Leftrightarrow$

$-0{,}5x^2 + 2x - 2 + 3 + 0{,}5x - 3{,}5 = 0 \Leftrightarrow -0{,}5x^2 + 2{,}5x - 2{,}5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 5 = 0 \Leftrightarrow$

$x_{1/2} = 0{,}5\cdot(5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot 5}\ ) = 0{,}5\cdot(5 \pm \sqrt{5}\ )$ also $x_P = 0{,}5\cdot(5 - \sqrt{5}\ ) = 1{,}381... \approx 1{,}38$

3. Die Gleichung $f(x) = g(x)$ muss genau eine Lösung besitzten.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = m\cdot x - 6 \Leftrightarrow x^2 - (2+m)\cdot x + 9 = 0$

genau eine Lösung, falls $D = 0 \Leftrightarrow (2+m)^2 - 4\cdot 9 = 0 \Leftrightarrow (2+m)^2 = 4\cdot 9 \Leftrightarrow$

$2 + m = \pm\ 6$ also $m_1 = 4$ und $m_2 = -8$

4. Die Zahlen werden x und y genannt.

(1) $x\cdot y = 2592$ und (2) $x + y = 108 \Rightarrow y = 108 - x$ in (1) eingesetzt:

$x\cdot(108 - x) = 2592 \Leftrightarrow 108\cdot x - x^2 = 2592 \Leftrightarrow x^2 - 108x + 2592 = 0 \Leftrightarrow$

$$x_{1/2} = \frac{1}{2}\cdot(108 \pm \sqrt{108^2 - 4\cdot 2592}) = \frac{1}{2}\cdot(108 \pm \sqrt{1296}) = \frac{1}{2}\cdot(108 \pm 36)$$

$x_1 = 72$ und $y_1 = 36$ ($x_2 = 36$ und $y_2 = 72$)

Die beiden Zahlen lauten also 36 und 72.

5. Es gilt: $x + y + x + 10m = 90m \Rightarrow y = 80m - 2x$ und

$A = A(x) = (x + 10m)\cdot y = (x + 10m)\cdot(80m - 2x)$ soll maximal werden.

$A(x) = 80m\cdot x - 2x^2 + 800m^2 - 20m\cdot x = -2x^2 + 60m\cdot x + 800m^2 =$

$-2\cdot(x^2 - 30m\cdot x + (15m)^2 - (15m)^2) + 800m^2 =$

$-2\cdot(x - 15m)^2 + 2\cdot 225m^2 + 800m^2 = -2\cdot(x - 15m)^2 + 1250m^2$

Also wird die Weidefläche für $x = 15m$ maximal
und der maximale Flächeninhalt beträgt $1250\ m^2$.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 19.03.2018 * Lösungen * Gruppe B

1. $3x + 6 = \frac{2}{x} \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$x_{1/2} = \frac{1}{6}\cdot(-6 \pm \sqrt{36 + 4\cdot 3\cdot 2}\ ) = \frac{1}{6}\cdot(-6 \pm \sqrt{60}\ ) = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

2. a) $f(x) = -0{,}5\cdot(x-2)^2 + 2{,}5$ und $g(x) = -0{,}5x + 3$

b) Schnittpunkte: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -0{,}5\cdot(x^2 - 4x + 4) + 2{,}5 = -0{,}5x + 3 \Leftrightarrow$

$-0{,}5x^2 + 2x - 2 + 2{,}5 + 0{,}5x - 3 = 0 \Leftrightarrow -0{,}5x^2 + 2{,}5x - 2{,}5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 5 = 0 \Leftrightarrow$

$x_{1/2} = 0{,}5\cdot(5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot 5}\ ) = 0{,}5\cdot(5 \pm \sqrt{5}\ )$ also $x_P = 0{,}5\cdot(5 - \sqrt{5}\ ) = 1{,}381... \approx 1{,}38$

3. Die Gleichung $f(x) = g(x)$ muss genau eine Lösung besitzten.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = m\cdot x - 5 \Leftrightarrow x^2 - (2+m)\cdot x + 9 = 0$

genau eine Lösung, falls $D = 0 \Leftrightarrow (2+m)^2 - 4\cdot 9 = 0 \Leftrightarrow (2+m)^2 = 4\cdot 9 \Leftrightarrow$

$2 + m = \pm\ 6$ also $m_1 = 4$ und $m_2 = -8$

4. Die Zahlen werden x und y genannt.

(1) $x\cdot y = 2592$ und (2) $x + y = 102 \Rightarrow y = 102 - x$ in (1) eingesetzt:

$x\cdot(102 - x) = 2592 \Leftrightarrow 102\cdot x - x^2 = 2592 \Leftrightarrow x^2 - 102x + 2592 = 0 \Leftrightarrow$

$$x_{1/2} = \frac{1}{2}\cdot(102 \pm \sqrt{102^2 - 4\cdot 2592}\,) = \frac{1}{2}\cdot(102 \pm \sqrt{36}\,) = \frac{1}{2}\cdot(102 \pm 6)$$

$x_1 = 54$ und $y_1 = 48$ ($x_2 = 48$ und $y_2 = 54$)

Die beiden Zahlen lauten also 48 und 54.

5. Es gilt: $x + y + x + 10m = 110m \Rightarrow y = 100m - 2x$ und

$A = A(x) = (x + 10m)\cdot y = (x + 10m)\cdot(100m - 2x)$ soll maximal werden.

$$A(x) = 100m\cdot x - 2x^2 + 1000m^2 - 20m\cdot x = -2x^2 + 80m\cdot x + 1000m^2 =$$
$$-2\cdot(x^2 - 40m\cdot x + (20m)^2 - (20m)^2) + 1000m^2 =$$
$$-2\cdot(x - 20m)^2 + 2\cdot 400m^2 + 1000m^2 = -2\cdot(x - 20m)^2 + 1800m^2$$

Also wird die Weidefläche für $x = 20m$ maximal
und der maximale Flächeninhalt beträgt $1800\ m^2$.